

Evaluación y análisis de un modelo propuesto de optimización para la ubicación óptima de unidades de medición fasorial en sistemas eléctricos de potencia

Miguel Ángel Chavez Cornejo¹, Enrique Arnoldo Zamora Cárdenas¹

¹ Universidad de Guanajuato.

ma.chavezcornejo@ugto.mx, ezamora@ugto.mx

Resumen

Este reporte de investigación presenta la evaluación y análisis de un modelo de optimización para la ubicación óptima de unidades de medición fasorial en redes eléctricas. El problema es formulado como un problema de optimización y resuelto mediante el método de programación lineal entera. Para evaluar la robustez y escalabilidad del algoritmo, se diseñan cinco casos de estudio basados en los sistemas de 14, 24, 30, 57 y 118 nodos del IEEE. En cada escenario se modifica el planteamiento de las restricciones de desigualdad con el fin de investigar cómo la consideración de dichas restricciones impacta en la cantidad mínima de PMU requerida y la redundancia de medición. Los resultados permiten identificar a través de las soluciones óptimas y desde un punto de vista económico, las alternativas más efectivas para una planificación eficiente de los sistemas de monitoreo en redes de diferentes dimensiones.

Palabras clave: programación lineal entera, unidades de medición fasorial, observabilidad, buses de inyección cero.

Introducción

La tecnología de sincrofasores ha evolucionado a un ritmo mucho mayor desde la década de 1980 y se ha convertido en una tecnología madura hasta hoy en día. El sistema de control y supervisión de datos (SCADA) convencional utilizado en la supervisión y el control del sistema de energía tiene un tiempo de operación más lento, ya que lleva mucho tiempo (a veces incluso unos pocos minutos) escanear el estado del sistema una sola vez (Patil & Thosar, 2017a). Entonces, una condición estresante del sistema o una perturbación grave podría inducir al operador del sistema a tomar medidas equivocadas o inadecuadas, pudiendo provocar el colapso de todo el sistema. Esta es la razón principal detrás de muchos apagones ocurridos en el pasado. Considerando lo anterior, es claro que en la actualidad utilizar solo sistemas SCADA convencionales sin PMUs limita las capacidades de los operadores de las redes eléctricas para contar con una visibilidad más amplia y en tiempo real de lo que está sucediendo.

El objetivo del problema de ubicación de PMUs es hacer observable todo el sistema mediante la colocación de PMUs en buses estratégicos del sistema, utilizando una cantidad mínima de estos, para de este modo poder reducir el costo total de su instalación para el sistema sujeto a las restricciones de observabilidad (Patil & Thosar, 2017b).

Las técnicas de optimización utilizadas para ubicación de PMUs se pueden clasificar en tres categorías generales: 1) técnicas de optimización heurísticas, 2) técnicas de optimización metaheurísticas y, 3) métodos de optimización convencionales. En este trabajo de investigación utilizaremos el método de programación lineal por enteros (ILP, por sus siglas en inglés) ya que es una de las técnicas de optimización convencionales más populares y confiables junto con algunos otros de los métodos convencionales como la programación lineal entera mixta y no lineal, programación entera binaria y programación entera cuadrática (Bej *et al.*, 2005).

En algunos trabajos realizados con anterioridad, Abdelkader *et al.*, (2019) presentaron un algoritmo basado en la topología que considera factores esenciales como la topología del sistema y los buses de inyección cero (ZIB, por sus siglas en Inglés). La ubicación óptima de PMUs (OPP, por sus siglas en Inglés) se resuelve utilizando la ILP con conjuntos asociados de restricciones que consisten en ecuaciones e inecuaciones lineales. Considerando ZIBs se redujo el número de PMUs aproximadamente un 25% con respecto al número de operaciones normales, aunque tuvo un error insignificante. Abbasy & Ismail (2009) contribuyeron en un trabajo donde el problema de ubicación de los PMUs se formula como una programación lineal entera binaria

(BILP, por sus siglas en Ingles). El enfoque propuesto integra el impacto de las mediciones de flujo/inyección de energía convencionales existentes (si las hay) y la posibilidad de pérdida de uno o varios PMUs en la estrategia de decisión de la asignación óptima de PMUs.

El siguiente par de documentos se encarga de determinar los métodos de solución que sobresalen sobre los demás, comenzando con Nimbalkar & Joshi (2019), quienes realizaron una comparación entre el método matemático ILP y el método metaheurístico optimización de colonias de hormigas (ACO, por sus siglas en Ingles). ILP resuelve el problema exactamente, pero el tiempo requerido puede no ser finito para una mayor cantidad de buses. Por otra parte, ACO, utiliza una función de guía heurística para una mejor búsqueda de la ubicación en un tiempo finito (que ya está establecido inicialmente), pero la solución obtenida puede diferir según la función probabilística utilizada. Un caso distinto surgió con Yuill *et al.*, (2011) que eligieron los tres algoritmos de mejor rendimiento (IGA, BPSO y ILP), en términos de la cantidad mínima requerida de PMUs para la observabilidad total del sistema. Se concluye que la ILP es la forma matemática más adaptable para modelar una red, ya que muestra la mayor adaptabilidad en términos de modelado de contingencias de red e instalación en etapas de PMUs.

El modelo analizado en este proyecto propone una metodología para determinar la OPP en sistemas de potencia, que en lugar de fusionar buses para reducir el número de PMUs, coloca sistemáticamente mediciones de inyección de corriente virtual en buses de inyección cero, haciendo que el ZIB sea observable junto con sus buses adyacentes, tanto de tránsito puro como terminales. En consecuencia, estos tres tipos de bus se descartan automáticamente para la ubicación de PMUs. Para ello, el modelo de optimización propuesto para esta metodología utiliza restricciones de igualdad y desigualdad, donde las restricciones de igualdad se emplean para descartar desde la ubicación de PMUs tanto al ZIB como a sus buses adyacentes cuyo nivel de incidencia de bus (BIL: número de conexiones con otros buses) sea menor o igual a dos, es decir, los buses terminales (solo conectados a un ZIB, BIL=1) y/o buses de tránsito puro con BIL=2 (solo conectados a un ZIB y otro bus). Mientras que las restricciones de desigualdad se utilizan para asegurar que se obtenga el nivel requerido de observabilidad en cada uno de los buses de la red a través de PMUs.

Para determinar la variante más eficiente del modelo de optimización de PMUs, se implementaron cinco escenarios con valores de restricción de 1 a 5. En cada caso se evaluó la cobertura nodal, la redundancia de mediciones y el número de PMUs instalados en la red. El análisis comparativo de estas métricas reveló que la variante con restricción = 3 logra el mejor compromiso entre amplitud de observabilidad y número de dispositivos. Con este parámetro, se alcanza una localización de fallas fiable y una observabilidad completa sin incurrir en costos o complejidad innecesarios.

Con base en este modelo, la metodología propuesta mejora aquellos resultados obtenidos con el método de fusión de buses, además, garantiza la observabilidad completa del sistema, sin usar reglas de observabilidad y cambios de topología.

La siguiente sección describe el modelo matemático del OPP con restricción de BIL y la definición del índice de redundancia SORI. Seguido de esto se muestra el método de solución utilizado para resolver el problema de optimización con su respectivo diagrama de flujo, la forma correcta de utilizar dicho método en Matlab y se presenta un ejemplo ilustrativo mediante la red de prueba de 14 nodos del IEEE.

Posteriormente se encontrará el apartado de resultados donde se expondrán las soluciones obtenidas para los sistemas de 14, 24, 30, 57 y 118 nodos del IEEE, empleadas en 5 diferentes casos los cuales consistieron en variar la restricción de igualdad de BIL desde 1 hasta 5, haciendo énfasis en las soluciones óptimas considerando el número de PMUs necesarios y el índice de redundancia SORI. Finalmente, un par de conclusiones darán por finalizado el trabajo realizado durante este verano de investigación.

Modelo matemático

El modelo analizado para la OPP se formula mediante una función objetivo que minimiza el número de PMUs, garantizando así la observabilidad completa de la red. En este caso, el modelo propuesto utiliza un conjunto de restricciones de igualdad para considerar todos los ZIB de la red, así como sus buses adyacentes (con $BIL \leq 2$), como buses virtualmente observados; es decir, para mantenerlos fuera del vector de la variable de decisión o de la ubicación de un PMU. Las restricciones de desigualdad permiten que cada uno de los buses restantes del sistema sea observado directa o indirectamente por al menos un PMU. La formulación general del modelo es la siguiente:

$$\min \sum_{k=1}^N x_k \quad (1)$$

Sujeto a

$$x_k = 0, \forall k = 1, \dots, N_{ZIB} \quad (2)$$

$$x_m = 0, \forall m = 1, \dots, N_{(BIL \leq 2) \in ZIB} \quad (3)$$

$$\mathbf{A}_{N \times N} \mathbf{X}_{N \times 1} \geq \mathbf{B}_{N \times 1} \quad (4)$$

$$\mathbf{X}_{N \times 1} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N]^T$$

$$x_i \in \{0,1\}$$

donde N es el número total de nodos en la red eléctrica; x es una variable binaria asociada al estado del nodo respecto a la existencia de un PMU, es igual a 1 si se coloca un dispositivo y es igual a 0 en el caso contrario. $\mathbf{X}_{N \times 1}$ es el vector que indica el estado de todos los nodos que hay en la red eléctrica.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } i = j \\ 1, & \text{si } i \text{ y } j \text{ están conectados} \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases} \quad (5)$$

B representa el nivel de observabilidad requerido en cada bus del sistema dependiendo de si son buses disponibles para ser observados por PMUs o si son buses que se mantendrán observados por mediciones virtuales. Es decir, los buses observados directa o indirectamente por mediciones virtuales (en ZIB o sus buses adyacentes con $BIL \leq 2$) no requieren ser observados por PMUs, por lo que deben restringirse mediante la asignación de un nivel de observabilidad de 0. Mientras que a cada uno de los demás buses del sistema que requieren ser observados por al menos un PMU se les debe asignar un nivel de observabilidad de 1. En este sentido, su estructura se define según la siguiente definición:

$$\mathbf{B}_{N \times 1} = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_N]^T, b_i \in \{0,1\} \quad (6)$$

$$b_i = \begin{cases} 0, & \text{si está un ZIB o un bus adyacente a un ZIB con } BIL \leq 2 \\ 1, & \text{otro caso} \end{cases} \quad (7)$$

donde N_{ZIB} y $N_{(BIL \leq 2) \in ZIB}$ son el número de ZIBs y el número de buses adyacentes a un ZIB con $BIL \leq 2$, respectivamente.

La solución a este problema no es única, por ello nuevas soluciones pueden ser encontradas añadiendo la solución que ya se conoce como una nueva restricción. Asumiendo que $x_{s1} = [x_{s1,1}, x_{s2,2}, \dots, x_{s1,N}]$ es una solución óptima ya encontrada y m es el número óptimo de PMUs requeridos, la matriz $\mathbf{A}_{N \times N}$ y el vector $\mathbf{B}_{N \times 1}$ se modifican como se muestra en (8) y (9), respectivamente, para evitar que se repita alguna solución previamente encontrada.

$$\mathbf{A}_{(N+1) \times N} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{N \times N} \\ x_{s1,1}, x_{s2,2}, \dots, x_{s1,N} \end{bmatrix}_{(N+1) \times N} \quad (8)$$

$$\mathbf{B}_{(N+1) \times 1} = [1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1(m-1)]_{1 \times (N+1)}^T \quad (9)$$

Si W son soluciones son conocidas, la matriz $\mathbf{A}_{N \times N}$ y el vector $\mathbf{B}_{N \times 1}$ son modificados como se muestra en (10) y (11), respectivamente.

$$\mathbf{A}_{(N+W) \times N} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{N \times N} & & & \\ -x_{s1,1} & -x_{s1,2} & \dots & -x_{s1,N} \\ -x_{s2,2} & -x_{s2,2} & \dots & -x_{s2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -x_{sW,1} & -x_{sW,2} & \dots & -x_{sW,N} \end{bmatrix}_{(N+W) \times N} \quad (10)$$

$$\mathbf{B}_{(N+W) \times 1} = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_N \ -(m-1) \ \dots \ -(m-1) \ -(m-1)]^T, b_i \in \{0,1\} \quad (11)$$

m corresponde al número óptimo de PMUs encontrado en soluciones previas y que se agregan al vector binario **B** de nodos observados directa o indirectamente. Dicha función se expresa de forma clara en el diagrama de flujo de la **Figura 1**.

La formulación general para mejorar el modelo y encontrar todas las soluciones óptimas es dada en (12).

$$\min \sum_{k=1}^N x_k \quad (12)$$

$$\text{Sujeto a } \mathbf{A}_{(N+W) \times N} \mathbf{X}_{N \times 1} \geq \mathbf{B}_{(N+W) \times 1}$$

$$\mathbf{X}_{N \times 1} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N]^T$$

$$x_i \in \{0,1\}$$

Desde un punto de vista económico, es importante determinar el número mínimo de PMUs que se colocarán en un sistema para con su ubicación óptima lograr al menor costo la observabilidad completa de la red, pero también desde un punto de vista técnico se debe tomar en cuenta al índice de redundancia de observabilidad del sistema (SORI, por sus siglas en Ingles). Este índice, ayudará a encontrar la solución óptima y se define como la cantidad total de veces que un nodo es observado por los dispositivos PMU disponibles. La solución con mayor SORI se considera la mejor solución óptima (8).

El SORI se calcula como se muestra en (13).

$$SORI = \sum_{k=1}^N (\mathbf{A}_{N \times N} * \mathbf{X}_{N \times 1}) \quad (13)$$

Método de solución

La idea principal de la colocación de dispositivos PMU es minimizar el número de dispositivos, garantizando que cada nodo del sistema sea observado al menos una vez, haciendo el sistema completamente observable, al menor costo económico.

En el problema de la ubicación óptima de los dispositivos PMU es posible encontrar múltiples soluciones, por ello es necesario recurrir al modelo matemático previsto con anterioridad que permite identificar la mejor del conjunto de soluciones obtenidas. El diagrama de flujo que se muestra en la Figura 1 muestra el proceso para encontrar todas las soluciones en el problema de localización óptima.

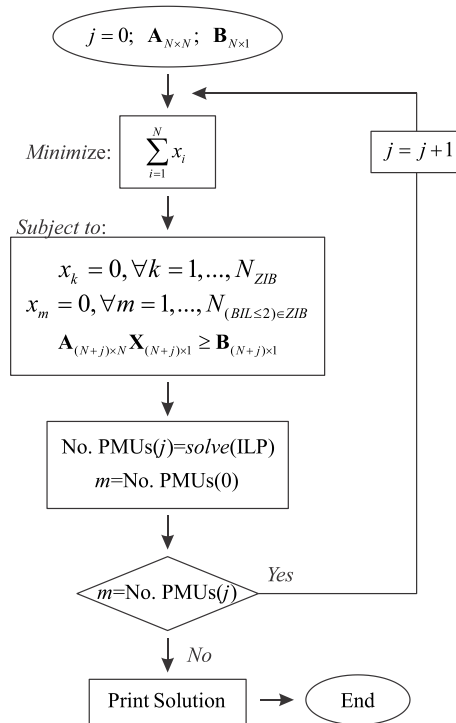


Figura 1. Diagrama de flujo para encontrar todas las soluciones óptimas.

El problema se resuelve con la función *intlingprog* de MATLAB, la cual se utiliza para resolver problemas de programación lineal por enteros. Estos problemas involucran variables enteras. La función optimiza una función objetivo lineal sujeta a restricciones lineales y de enteros, se opera de la siguiente forma:

Entrada: Se requiere proporcionar la función objetivo, las restricciones lineales y las restricciones de enteros

Proceso: *intlinprog* analiza las restricciones y determina si el problema es factible. También puede reforzar ciertas restricciones y eliminar redundancias.

Salida: Devuelve la solución óptima, el valor de la función objetivo en esa solución, e información sobre el proceso de optimización.

Aplicación al sistema de prueba de 14 nodos

Esta sección se mostrará paso a paso la aplicación del modelo propuesto para OPP. Para llevar a cabo esta demostración, se utilizó el sistema IEEE de 14 buses que se muestra en la Figura 2. Esta red consta de 5 buses de inyección de potencia, 8 buses de carga y el bus 7 es el único ZIB de la red, considerado para la instalación virtual de mediciones de inyección de corriente, lo que permite que la red sea completamente observable.

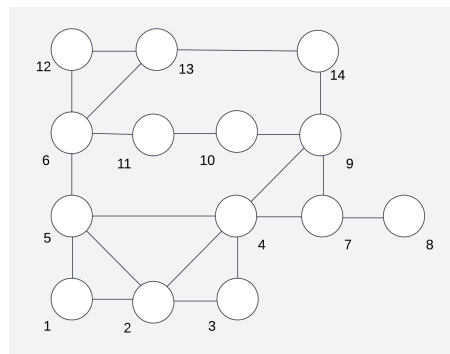


Figura 2. Sistema de 14 nodos del IEEE.

El primer paso para la aplicación del modelo consiste en activar las restricciones de igualdad (3) correspondientes al ZIB de la red, en este caso $x_7 = 0$ y el nivel de observabilidad del bus 7, es decir $\mathbf{B}(7)$ se establece como 0 en (6) para obtener la siguiente restricción de desigualdad, $f_7 \geq 0$. A continuación, el algoritmo busca en la matriz de incidencia de buses $\mathbf{A}$, para identificar los buses adyacentes a cada ZIB con $\mathbf{BIL} \leq 2$. En este caso, el algoritmo encuentra el bus terminal 8 y establece su restricción de igualdad correspondiente haciendo $x_8 = 0$ de acuerdo con (4), donde de forma similar al caso ZIB su restricción de desigualdad correspondiente se establece como $f_8 \geq 0$. Una vez que la aplicación del modelo propuesto al sistema IEEE de 14 buses genera los conjuntos completos de restricciones de igualdad y desigualdad, las ecuaciones se formarán como:

$$f(x) = A \cdot X = \begin{cases} \text{Nodo 1: } x_1 + x_2 + x_5 & \geq 1 \\ \text{Nodo 2: } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 & \geq 1 \\ \text{Nodo 3: } x_2 + x_3 + x_4 & \geq 1 \\ \text{Nodo 4: } x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7 + x_9 & \geq 1 \\ \text{Nodo 5: } x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 & \geq 1 \\ \text{Nodo 6: } x_5 + x_6 + x_{11} + x_{12} + x_{13} & \geq 1 \\ \text{Nodo 7: } x_4 + x_8 + x_9 & \geq 0 \\ \text{Nodo 8: } x_7 & \geq 0 \\ \text{Nodo 9: } x_4 + x_7 + x_9 + x_{10} + x_{14} & \geq 1 \\ \text{Nodo 10: } x_9 + x_{10} + x_{11} & \geq 1 \\ \text{Nodo 11: } x_6 + x_{10} + x_{11} & \geq 1 \\ \text{Nodo 12: } x_6 + x_{12} + x_{13} & \geq 1 \\ \text{Nodo 13: } x_6 + x_{12} + x_{13} + x_{14} & \geq 1 \\ \text{Nodo 14: } x_9 + x_{13} + x_{14} & \geq 1 \end{cases} \quad (14)$$

La solución óptima obtenida por el método propuesto consiste de 3 PMUs, los cuales deben estar ubicados en los buses 2, 6 y 9 de la red, como se muestra en la siguiente figura:

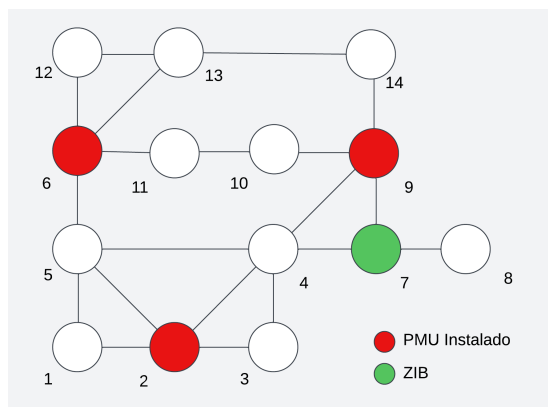


Figura 3. Solución OPP del sistema de bus IEEE-14.

Se debe notar de la Figura 3 que la solución OPP obtenida no provee la observabilidad completa de la red, ya que con esta solución se observan todos los buses de la red excepto el bus 8. Sin embargo, es muy importante especificar que las mediciones de inyección de corriente virtual consideradas en el modelo propuesto permiten mantener la observabilidad virtual directa del ZIB 7 e indirectamente del bus terminal 8, como se observa en las restricciones de (14), evitando así la necesidad de colocar más PMUs.

Resultados

El modelo de optimización y el método de ILP son utilizados para resolver 5 casos de estudio cuyo experimento consiste en analizar diferentes restricciones debido a diferente BIL, desde 1 hasta 5, para determinar la variante más adecuada para obtener la mayor efectividad en la utilización del modelo de optimización. En esta sección, se muestran los resultados de simulación obtenidos de los casos de estudio de las redes eléctricas IEEE 14, 24, 30, 57 y 118 nodos. Para cada caso de estudio utilizando el modelo de optimización, los resultados son presentados a través de tablas donde se concentra la información de interés, en las cuales, las columnas 1 y 2 muestran el BIL utilizado para formular las restricciones del modelo y el número mínimo de dispositivos PMU requeridos para lograr la observabilidad completa de la red, respectivamente, mientras que en las calumnas 3 y 4 se muestran las soluciones óptimas y su correspondiente índice SORI de las mejores soluciones óptimas, respectivamente.

La **Tabla 1** muestra los resultados obtenidos con el modelo propuesto de OPP el sistema de 14 nodos del IEEE.

Tabla 1. Resultados de OPP utilizando el sistema IEEE 14.

BIL	PMUs	Solución OPP	SORI
≤ 1	3	[2 6 9]	15
≤ 2	3	[2 6 9]	15
≤ 3	3	[2 6 9]	15
≤ 4	3	[2 10 13] [2 11 13]	12
≤ 5	3	[2 10 13] [2 11 13]	12

En este caso de estudio se muestra que en todas las variantes de las restricciones con diferentes BIL probadas requirieron de 3 PMUs, sin embargo, las 3 primeras variantes proporcionan una mejor redundancia.

Para el caso de estudio utilizando el sistema de 24 nodos del IEEE los resultados se muestran en la **Tabla 2**, donde se puede observar que el número de PMUs requerido disminuyó usando las variantes de restricciones para un BIL de 2 a 5. Sin embargo, es obvio que con menos PMUs el índice de redundancia de observabilidad del sistema (SORI) se reduce, por tanto, en este caso, es más eficiente utilizar el modelo restringiendo los nodos con BIL menor o igual a 3 o 4.

Tabla 2. Resultados de OPP utilizando el sistema IEEE 24.

BIL	PMUs	Solución OPP	SORI
≤ 1	6	[1 2 8 16 21 23]	25
≤ 2	6	[1 2 8 16 21 23] [1 2 8 15 16 23]	25
≤ 3	5	[2 8 10 19 21]	21
≤ 4	5	[2 8 10 19 21] [2 8 10 20 21]	21
≤ 5	5	[1 2 8 20 21] [1 2 8 19 21]	19

Siguiendo con el mismo procedimiento, los resultados obtenidos para la red de 30 nodos del IEEE se pueden observar en la Tabla 3, donde en la mayoría de las restricciones se obtuvieron soluciones con el mismo número de PMUs, sin embargo, la solución óptima que muestra un índice de redundancia SORI superior a las demás son las obtenidas con una restricción de $BIL \leq 3$, las cuáles son de 36.

Tabla 3. Resultados de OPP utilizando el sistema IEEE 30.

BIL	PMUs	Solución OPP	SORI
≤ 1	8	[3 5 8 10 12 19 23 27] [1 5 8 10 12 19 23 27]	33
≤ 2	7	[2 4 10 12 19 24 27]	35
≤ 3	7	[2 4 10 12 15 20 27] [2 4 10 12 15 19 27] [2 4 10 12 15 18 27]	36
≤ 4	7	[3 5 10 12 15 19 30] [1 5 10 12 15 20 30] [3 5 10 12 15 18 30] [1 5 10 12 15 18 30] [3 5 10 12 15 18 29] [3 5 10 12 15 19 29] [1 5 10 12 15 19 29] [1 5 10 12 15 20 29] [1 5 10 12 15 18 29] [1 5 10 12 15 19 30] [3 5 10 12 15 20 29] [3 5 10 12 15 20 30]	30
≤ 5	7	[3 5 10 12 15 19 30] [1 5 10 12 15 20 30] [3 5 10 12 15 18 30] [1 5 10 12 15 18 30] [3 5 10 12 15 18 29] [3 5 10 12 15 19 29] [1 5 10 12 15 19 29] [1 5 10 12 15 20 29] [1 5 10 12 15 18 29] [1 5 10 12 15 19 30] [3 5 10 12 15 20 29] [3 5 10 12 15 20 30]	30

Para el caso 4 se implementó el problema de ubicación óptima de PMUs en la red de 57 nodos del IEEE, los resultados expuestos en la Tabla 4 muestran que conforme aumenta el valor en la restricción del BIL, el número de PMUs instalados tiende a disminuir, además de que para 4 y 5, las soluciones fueron exactamente las mismas. La mejor solución encontrada fue la del sistema con 10 PMUs ya que el índice de redundancia no está muy alejado de las soluciones que se obtienen con 11 PMUs, considerando que el impacto económico que presenta un PMU menos es mayor que un SORI 5 unidades menor.

Tabla 4. Resultados de OPP utilizando el sistema IEEE 57.

BIL	PMUs	Solución OPP	SORI
≤ 1	16	[1 6 9 15 19 23 25 28 32 35 38 41 47 50 53 56] [1 6 9 15 19 23 25 28 32 35 38 41 47 51 53 56]	68
≤ 2	11	[1 6 10 15 19 29 31 32 49 54 56] [1 6 10 15 19 29 30 32 41 49 54] [1 6 10 15 19 29 30 32 49 54 56] [1 6 10 15 19 29 31 32 41 49 54]	47
≤ 3	10	[1 6 9 10 19 30 33 41 49 53] [1 6 9 10 19 31 33 49 53 56] [1 6 9 10 19 30 33 49 53 56]	42
≤ 4	8	[1 9 19 31 33 42 51 53] [1 9 19 30 33 42 51 53] [1 9 19 31 33 42 50 53] [1 9 19 30 33 42 50 53]	29
≤ 5	8	[1 9 19 31 33 42 51 53] [1 9 19 30 33 42 51 53] [1 9 19 31 33 42 50 53] [1 9 19 30 33 42 50 53]	29

Finalmente, la Tabla 5 muestra los resultados para el caso 5 donde se utilizó la red de 118 nodos del IEEE, donde se puede observar la misma tendencia y es que conforme aumenta el valor de la restricción, el problema de optimización tiende a mostrar soluciones con menor cantidad de PMUs. La mejor solución para este caso son las obtenidas con un BIL ≤ 3 y la razón es la misma que se usó para elegir la del caso anterior.

Tabla 5. Resultados de OPP utilizando el sistema IEEE 118.

BIL	PMUs	Solución OPP	SORI
≤ 1	31	[3 7 8 11 12 15 17 21 25 29 36 40 43 45 49 53 56 61 66 72 75 77 80 85 87 91 94 102 105 110 114]	157
≤ 2	27	[3 5 11 12 17 21 23 28 34 42 45 49 53 56 62 64 75 77 80 85 87 91 94 102 105 110 114] [3 11 12 17 21 23 28 30 34 42 45 49 53 56 62 65 75 77 80 85 87 91 94 102 105 110 114] [3 5 11 12 17 21 23 28 34 38 42 45 49 53 56 62 75 77 80 85 87 91 94 102 105 110 114] [3 11 12 17 21 23 28 30 34 42 45 49 53 62 68 75 77 80 85 87 91 94 102 105 110 114]	144
≤ 3	26	[2 12 15 17 20 23 29 34 41 45 49 53 56 61 66 75 77 80 85 87 91 94 102 105 110 115]	139
≤ 4	26	[2 12 15 17 21 23 29 36 41 43 47 49 53 56 62 75 77 80 85 87 91 94 102 105 110 115] [1 12 15 17 20 23 28 36 41 43 47 49 53 56 62 75 77 80 85 87 91 94 102 105 110 114]	134
≤ 5	27	[2 12 15 17 21 23 29 36 41 43 45 49 53 56 62 75 77 80 85 87 91 94 101 102 105 110 115] [2 12 15 17 21 23 29 36 41 43 45 49 53 56 62 75 77 80 85 87 91 94 101 102 105 110 115]	134

A manera de resumen se presenta la Tabla 6 en donde se exponen las mejores soluciones encontradas para cada caso. Tras evaluar cinco configuraciones con valores de restricción que iban de 1 a 5, se observa de manera consistente que la solución óptima en cada caso corresponde al escenario con restricción ≤ 3 . Esto revela un equilibrio clave entre alcance de medición y costo/rigidez de la solución.

Tabla 6. Mejores resultados de OPP para los 5 casos de estudio.

Red de prueba	BIL	PMU	Solución OPP	SORI
IEEE 14	$\leq 1,2,3$	3	[2 6 9]	15
IEEE 24	$\leq 3,4$	5	[2 8 10 19 21] [2 8 10 20 21]	21
IEEE 30	≤ 3	7	[2 4 10 12 15 20 27] [2 4 10 12 15 19 27] [2 4 10 12 15 18 27]	36
IEEE 57	≤ 3	10	[1 6 9 10 19 30 33 41 49 53] [1 6 9 10 19 31 33 49 53 56] [1 6 9 10 19 30 33 49 53 56]	42
IEEE 118	≤ 3	26	[2 12 15 17 20 23 29 34 41 45 49 53 56 61 66 75 77 80 85 87 91 94 102 105 110 115]	139

Es importante destacar que el método propuesto no requiere pseudomediciones para garantizar la observabilidad completa de la red y, por lo tanto, no necesita emplear las reglas de observabilidad para calcularlas. Además, debido a su naturaleza virtual, las mediciones de inyección de corriente se consideran perfectas con cero errores, por lo que, visto desde otro enfoque, contribuye a obtener un proceso de estimación de estado más preciso y no representa ningún costo económico adicional ni para su valor ni para su instalación.

Conclusión

En este proyecto se resolvió el problema de ubicación óptima de PMUs utilizando el método de solución de programación lineal por enteros. El desarrollo del proyecto se llevó a cabo mediante la propuesta de un nuevo modelo que se había desarrollado con anterioridad, el cual, considera mediciones virtuales de inyección de corriente para garantizar la observabilidad completa del sistema, minimizando el número de PMUs. El método propuesto se basa en una técnica topológica pero no requiere cambios topológicos ni una reestructuración de la matriz de incidencia de buses para utilizar estrategias de reducción de PMUs, como en el método de fusión de buses de inyección cero.

Los resultados muestran que el uso de una restricción de desigualdad de $BIL \leq 3$ produce sistemáticamente el mejor compromiso entre cobertura de medición y robustez de la solución en todos los sistemas analizados. A medida que el tamaño de la red crece (de IEEE 14 a IEEE 118), el número de PMUs requeridos y el valor de SORI aumentan de forma casi exponencial, reflejando una mayor efectividad en sistemas de gran escala.

En redes de tamaño medio (IEEE 24 y IEEE 30) aparecen soluciones múltiples con idéntico SORI, lo que sugiere flexibilidad a la hora de elegir ubicaciones de PMU sin sacrificar robustez. Para grandes sistemas (IEEE 57 e IEEE 118), la variabilidad de ubicaciones óptimas también crece, abriendo la puerta a selecciones basadas en criterios adicionales como coste o facilidad de instalación.

Estos hallazgos validan la eficacia del método OPP bajo restricciones moderadas de BIL y resaltan la importancia de considerar la escalabilidad de soluciones en la planificación de redes reales.

Se plantea utilizar los resultados obtenidos en la estimación de estado, ya que la consideración de mediciones virtuales de inyecciones de corriente podría proporcionar un proceso de estimación de estado más preciso que el uso de pseudomediciones calculadas mediante las reglas de observabilidad.

Bibliografía/Referencias

- Abbasy, N. H., & Ismail, H. M. (2009). A unified approach for the optimal PMU location for power system state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 24(2), 806–813. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2009.2016596>
- Abdelkader, M., Selim, A., Kamel, S., & Jurado, F. (2019). Optimal placement of phasor measurement units for state estimation of electrical power systems. In *Proceedings of the 2019 21st International Middle East Power Systems Conference (MEPCON)*, 1048–1052. IEEE. <https://doi.org/10.1109/MEPCON47431.2019.9008002>
- Awon, M., Butt, H. Z., Khalid, H. A., & Janjua, A. K. (2018). System Redundancy Index based optimized phasor measurement unit placement for complete network observability. In *Proceedings of the 2018 International Conference on Power Generation Systems and Renewable Energy Technologies (PGSRET)*, 1–5. IEEE. <https://doi.org/10.1109/PGSRET.2018.8686017>
- Bei, X., Yoon, Y. J., & Abur, A. (2005). Optimal placement and utilization of phasor measurements for state estimation (PSERC Publication No. 1).
- Nimbalkar, N. U., & Joshi, D. P. M. (2019). Optimal PMU placement using ILP and ACO: A comparative study. In *Proceedings of the 2019 Global Conference for Advancement in Technology (GCAT)*, 1–4. IEEE. <https://doi.org/10.1109/GCAT47503.2019.8978405>
- Patil, G. C., & Thosar, A. G. (2017a). Application of synchrophasor measurements using PMU for modern power systems monitoring and control. In *Proceedings of the 2017 International Conference on Computation of Power, Energy Information and Communication (ICCPEIC)*, 754–760. IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICCPEIC.2017.8290464>
- Patil, G. C., & Thosar, A. G. (2017b). Optimal placement of PMU for power system observability using integer programming. In *Proceedings of the 2017 Innovative Research in Electrical Sciences (IICIRES) International Conference*, 1–6. IEEE.
- Yuill, W., Edwards, A., Chowdhury, S., & Chowdhury, S. P. (2011). Optimal PMU placement: A comprehensive literature review. In *Proceedings of the 2011 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, 1–8. IEEE. <https://doi.org/10.1109/PES.2011.6039376>