

Método iterativo retroalimentado para sintonización de un control PID basado en el coeficiente de correlación

Iterative-feedback-tuning method for a PID controller through the correlation coefficient.

Luis Daniel Sanchez Gloria¹, Dr. Carlos Rodríguez Doñate¹, Omar Palillero Sandoval²

¹Universidad de Guanajuato, Departamento de Estudios Multidisciplinarios División de Ingenierías Campus Irapuato - Salamanca.

²Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Centro de investigación en Ingeniería y Ciencias Aplicadas.

ld.sanchezgloria@ugto.mx¹, c.rodriguezdonate@ugto.mx¹, omar.palillero@uaem.mx²

Resumen

Hasta la fecha, las leyes de control clásico proporcional-integral-derivativo (PID) predominan en la mayoría de las aplicaciones prácticas, debido a su baja demanda de recursos computacionales y su robustez ante perturbaciones. Sin embargo, el diseño de los controladores PID requieren de un método de sintonización con el cual se puede realizar el ajuste de las ganancias con lo que se logrará que el sistema tenga la respuesta que se desea. En este trabajo se presenta una novedosa metodología basada en el coeficiente de correlación para realizar la sintonización de un controlador PID bajo un esquema de sintonización retroalimentada, la cual se ha destacado por no requerir de un modelo paramétrico del sistema a controlar, para realizar el ajuste de las ganancias. Por lo tanto, con el coeficiente de correlación se logra estimar las ganancias del PID que más se adapten a la respuesta que se desea, la cual se estima a partir de los parámetros de diseño que son el sobrepaso y tiempo de establecimiento. En base a las simulaciones se demuestra la efectividad del método propuesto para que el sistema se comporte a la respuesta deseada.

Palabras clave: proporcional-integral-derivativo, sintonización iterativa, coeficiente de correlación, *Iterative Feedback Tuning*.

Introducción

Un sistema de control es un conjunto de elementos interconectados con el fin de regular el comportamiento de un dispositivo en específico. Aunque desde sus inicios no se conocía algún término para definir estos sistemas, a lo largo de la historia humana los sistemas de control han ido evolucionando de manera paralela conforme al desarrollo tecnológico [1,2]. Hoy en día la mayoría de los componentes electrónicos utilizan algún dispositivo que regulan el voltaje, temperatura, humedad, o alguna otra variable física, por lo cual los sistemas de control se encuentran en gran variedad de aplicaciones de la vida cotidiana y sobre todo en el sector industria [3,4]. Esto ha impulsado a que el control automático sea un tópico muy importante en el área de la investigación, en donde se han propuesto diversas leyes de control basadas en algoritmos adaptivos, algoritmos difusos, redes neuronales, métodos gráficos, métodos iterativos, entre muchos otros [5-8]. Sin embargo, las leyes de control Proporcional-Integral-Derivativo (PID) predominan en la mayoría de las aplicaciones prácticas debido a su fácil implementación, baja demandas de recursos computacionales y su robustez ante perturbaciones [8-10].

Los controladores PID han sido ampliamente utilizados para resolver problemas en múltiples áreas como la aeronáutica, robótica, militar y sobre todo industrial [11-14]. Para poder emplear los controladores PID es indispensable realizar un ajuste de su ganancia proporcional (k_p), ganancia integral (k_i) y ganancia derivativa (k_d), al cual se le conoce como sintonización. Por lo tanto, si el proceso de sintonización no se realiza de forma adecuada conllevará a producir errores en el desempeño del sistema, por ejemplo, en un robot o una máquina-herramienta se reflejarán en la precisión de sus movimientos, seguimiento de la trayectoria, generación de vibraciones no deseadas, entre otros [9,10,15]. Por este motivo, es indispensable tener un método que permita obtener un proceso de sintonización lo suficientemente eficiente, entre los cuales se han destacado los métodos iterativos con sintonización retroalimentada (Iterative Feedback Tuning, IFT), métodos relativamente recientes [16], los cuales han sido utilizados en las últimas décadas, ya que a diferencia de otros métodos los IFT no requiere de un modelo paramétrico del sistema a controlar, solo requieren información del sistema en lazo cerrado. La base de IFT es el uso de múltiples respuestas del sistema ante



una entrada conocida hasta alcanzar los parámetros óptimos del PID que permitirá obtener la respuesta deseada [8, 15]. Estos métodos han demostrado un eficiente desempeño como se muestra en el trabajo [17] implementando un IFT en cascada, minimizando el criterio de desempeño H2 entre la respuesta deseada y la respuesta real del ángulo del vehículo utilizando el algoritmo de Newton-Raphson; en [18] se presenta un método de control adaptivo sin modelo (Model-Free Adaptive Control, MFAC) basado en un algoritmo IFT para el control de un sistema de parapente (aeronave ligera y flexible, hecha únicamente de cuerdas y tela); Li. X et al. [19], proponen un control IFT de tres grados de libertad para la indexación de correas dentadas industriales; en [20] se presenta un método de control de aprendizaje iterativo adaptivo sin modelo basado en un algoritmo IFT para el control de prótesis humanoide; y en [21] se propone un método de sintonización para un controlador PID, combinando un algoritmo IFT y lógica difusa, utilizando como parámetros de diseño el sobrepaso máximo y el tiempo de establecimiento. Finalmente se puede mencionar que los métodos IFT regularmente utilizan funciones de costo del gradiente de la señal de error, integral del error cuadrático (Integral Square Error, ISE), integral del error cuadrático multiplicado por el tiempo (Integral of Time multiplied Squared Error, ITSE), integral del valor absoluto del error (Integral Absolute Error, IAE), integral del valor absoluto del error multiplicado por el tiempo (Integral of Time multiplied Absolute Error, ITAE) entre otros [8], la carga computacional que demanda este tipo de métodos puede limitar el uso del método para realizar el diseño de los controladores, también se debe de tomar en cuenta que la convergencia de este tipo de métodos depende de las condiciones iniciales para que el método logre una buena sintonización [8, 15-21].

Bajo este contexto, este trabajo presenta una novedosa metodología basada en el coeficiente de correlación como función de costo para realizar la sintonización de un controlador PID bajo un esquema IFT. Esta propuesta requiere de parámetros utilizados en métodos convencionales de ingeniería de control como máximo sobrepaso, tiempo de establecimiento y la respuesta ante una entrada escalón. A partir de esto, se realiza la estimación del coeficiente de correlación de la respuesta deseada y la respuesta del sistema y bajo un esquema IFT se logra estimar las ganancias del PID que mejor se adaptan a la respuesta deseada. La validación de la propuesta se realizó mediante simulaciones con lo cual se demuestra la efectividad del método propuesto. Cabe destacar que el uso de coeficiente de correlación en ingeniería de control para la sintonización de controladores PID no ha sido explorado, lo cual permitirá ampliar esta área de investigación.

Fundamentos teóricos

Respuesta transitoria

La función de transferencia general de un sistema de segundo orden en lazo cerrado en el dominio de Laplace se define por la ecuación (1).

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

Donde, ζ indica el factor de amortiguamiento y ω_n es la frecuencia natural no amortiguada del sistema. Si a este sistema en su entrada $R(s)$ se le envía un escalón unitario, su respuesta $C(s)$ mostrará oscilaciones amortiguadas antes de alcanzar el estado estacionario, por lo cual su comportamiento se puede definir por los siguientes parámetros t_d es el tiempo de retardo, t_r es el tiempo de subida, t_p es el tiempo de pico, M_p es el máximo valor del pico y t_s es el tiempo de asentamiento, esto se muestra en la figura 1.

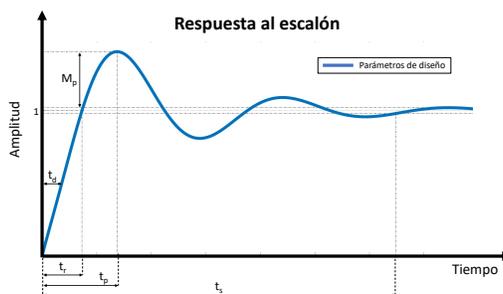


Figura 1. Respuesta al escalón unitario con M_p , t_d , t_r , t_p y t_s .
 Fuente: Elaboración propia.



A hora bien, si se desea manipular el comportamiento del sistema para mejorar su respuesta se deben de ajustar k_p , k_i y k_d del PID, y este se agregará al sistema en lazo cerrado como se muestra en la figura 2.

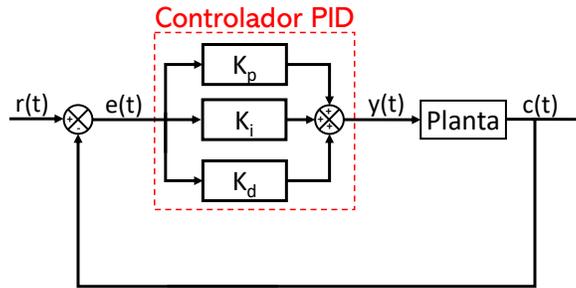


Figura 2. Diagrama general de un sistema de control en lazo cerrado con un controlador PID.
 Fuente: Elaboración propia.

donde: $r(t)$ es la señal de referencia, $c(t)$ la salida del sistema, $e(t)$ la señal de error, $y(t)$ la señal de control, k_p la ganancia proporcional, k_i la ganancia integral y k_d la ganancia derivativa. La ecuación (2) define el comportamiento del PID en el dominio del tiempo y la ecuación (3) es su función de transferencia en el dominio de Laplace:

$$y(t) = k_p e(t) + k_i \int e(t) dt + k_d \frac{d e(t)}{dt} \quad (2)$$

$$\frac{Y(s)}{E(s)} = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (3)$$

Regularmente, los métodos de diseño de controladores PID utilizan los parámetros de la respuesta transitoria para realizar el ajuste de las ganancias k_p , k_i , y k_d . Por lo tanto, se ha demostrado que efecto provoca la variación de estas ganancias sobre los parámetros que definen la respuesta transitoria [22]. Por lo tanto, al aumentar k_p se disminuye el tiempo de subida, error del estado estacionario y la estabilidad pero se incrementa la sobreelongación y el tiempo de asentamiento; al aumentar la k_i disminuye el tiempo de subida, la estabilidad del sistema pero se incrementa la sobreelongación y el tiempo de asentamiento, no obstante, el error en estado estacionario disminuye de modo significativo; finalmente, al aumentar k_d se incrementa la estabilidad, se disminuye la sobreelongación, el tiempo de asentamiento, el error del estado estacionario y el tiempo de subida se disminuyen pero de modo limitado.

Coefficiente de correlación

En este trabajo el coeficiente de correlación se utilizará como función de costo, el cual indicará la intensidad de similitud que existe entre la respuesta deseada y la respuesta del sistema. El coeficiente de correlación cruzada o coeficiente de correlación de Pearson r se define como la medida específica que cuantifica la intensidad de la relación lineal entre dos variables. Si dos variables tienen N valores, entonces el coeficiente de correlación entre A y B se define de la siguiente manera (4) [23-24]:

$$r = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left(\frac{A_i - \mu_A}{\sigma_A} \right) \left(\frac{B_i - \mu_B}{\sigma_B} \right) \quad (4)$$

Donde N es el número de datos de las variables, μ_A y σ_A son la media y desviación estándar de A , respectivamente, y μ_B y σ_B son la media y desviación estándar de B . Por lo tanto, el valor del coeficiente de correlación es un valor sin unidad y oscila entre -1 , 1 . Los valores positivos de r indican que los valores de la variable A y B tienden a incrementar juntos. Los valores negativos de r indican que los valores de una variable A tienden a incrementar mientras que los valores de B disminuyen de forma proporcional. Además, si el coeficiente r se aproxima ± 1.0 , indica una alta similitud entre la variable A y la variable B , por el contrario, si el coeficiente se aproxima a 0.0 indicará una nula relación entre la variable A y la variable B .



Metodología Propuesta

La novedosa metodología se basa en la estimación del coeficiente de correlación a partir del cual se determinará cuáles son los valores óptimos de las ganancias del PID para que el sistema tenga el comportamiento deseado. El diagrama general de esta propuesta se muestra en la figura 3.

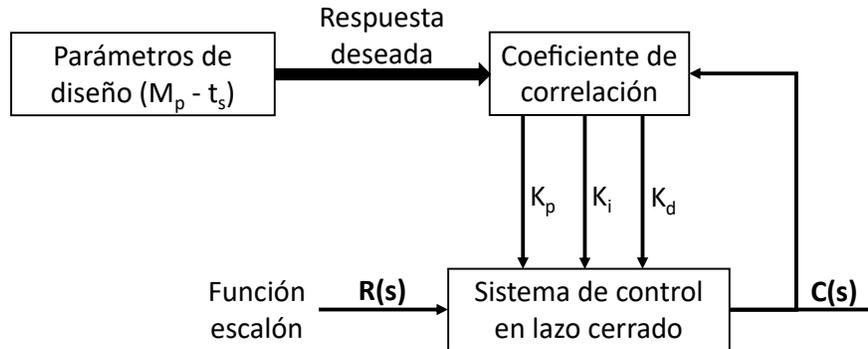


Figura 3. Diagrama general de la metodología propuesta.
 Fuente: Elaboración propia.

Como se puede observar este método requiere como parámetros iniciales M_p y t_s , para poder estimar la respuesta del sistema desea, a partir de esta información y de las curvas de respuestas del sistema al variar los valores de las ganancias k_p , k_i , y k_d , se estimará el coeficiente de correlación. Este cálculo se realizará hasta que el coeficiente de correlación se aproxime a n (coeficiente de similitud). El procedimiento para realizar la sintonización con esta nueva metodología se describe en los siguientes pasos:

- Paso 1:** definir los parámetros de diseño (M_p y t_s).
- Paso 2:** estimación de la respuesta deseada del sistema a partir de los parámetros de diseño.
- Paso 3:** definir las ganancias $k_p=1$, $k_i=0$ y $k_d=0$ como valores iniciales.
- Paso 4:** obtener la respuesta del sistema con el controlador PID.
- Paso 5:** calcular el coeficiente de correlación entre la respuesta deseada y la respuesta obtenida en el paso 4:
 - sí $r < n$ se incrementan las ganancias k_p , k_i o k_d en un factor de 0.1 de tal manera que se evalué todas las combinaciones posibles, y por cada incremento se regresa al paso 4.
 - sí $r \geq n$, la sintonización del controlador PID termino.

Donde $-1 \leq n \leq 1$

De esta forma se logra que la respuesta del sistema sea similar o igual a la respuesta deseada, por lo cual el proceso concluye con las ganancias del controlador PID y esto se da cuando el coeficiente de correlación se aproxime a n , ya que esto indica que las dos señales son similares. Cabe mencionar que el incremento de las ganancias en un factor de 0.1 fue determinado heurísticamente y que n es determinado por el usuario.

Resultados

Para validar la metodología propuesta se utilizó la función de transferencia que se describe en (5), la cual representa el comportamiento dinámico linealizado del ángulo de alabeo de una aeronave [25].

$$G_1(s) = \frac{1.15s + 0.18}{s^3 + 0.74s^2 + 0.92s} \quad (5)$$

Para obtener la respuesta deseada se utilizarán los siguientes parámetros de diseño: $M_p = 10\%$ y $t_s = 3s$. A partir de esta información se realizará el proceso de sintonización con el método propuesto:

- Paso 1:** parámetros de diseño, $M_p = 10\%$ y $t_s = 3s$.
- Paso 2:** obtener la respuesta deseada con ayuda de los parámetros de diseño y la ecuación 1. Figura 4.
- Paso 3:** valores iniciales, $k_p=1$, $k_i=0$ y $k_d=0$.
- Paso 4:** se obtiene la respuesta del sistema ante una entrada escalón. Figura 4.



Paso 5: calcular el coeficiente de correlación entre la respuesta deseada y las respuestas del sistema con múltiples valores de k_p , k_i y k_d . En este caso el valor de n se definió como 0.987

Al realizar el proceso anterior se logra estimar las ganancias del controlador PID que se aproximarán a la respuesta que se desea. Lo cual se puede observar con mayor claridad en la figura 4, donde se muestra la respuesta del sistema que se desea (Paso 2), la respuesta del sistema inicial (paso 3) y la evolución de la respuesta con el método propuestos, donde se muestran las ganancias del controlador y el coeficiente de correlación que tiene cada iteración (paso 4 y paso 5).

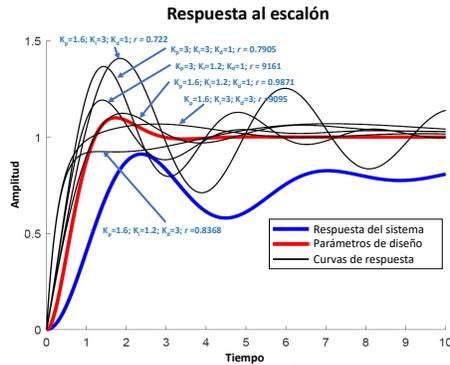


Figura 4. Evolución de la respuesta del sistema por iteración con el método propuesto.
 Fuente: Elaboración propia.

Heurísticamente se obtuvo que el rango de variación para las ganancias del controlador se puede dar de 0 a 1 donde se logra que el coeficiente de correlación se aproxime a n lo que indica que las dos respuestas evaluadas son similares. Finalmente, al realizar los incrementos de las ganancias y evaluar todas las respuestas con las combinaciones posibles, se obtuvo los siguientes valores de las ganancias: $k_p=1.6$, $k_i=1.2$ y $k_d=1$, logrando el ajuste que se muestra en la figura 5.

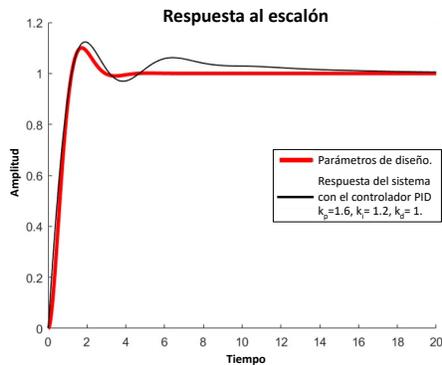


Figura 5. Sintonización de la planta con el método propuesto.
 Fuente: Elaboración propia.

Discusión

Como se observó el método propuesto requiere parámetros de diseño: M_p y t_s , a partir de los cuales se define la respuesta deseada, y mediante la simulación se demostró que esta nueva propuesta es capaz de ajustar las ganancias del PID para que el sistema en lazo cerrado se comporte como se desea. Este nuevo método tiene como base un esquema basado en los métodos IFT, que, a diferencia de otros trabajos, se basa en parámetros de diseño convencionales como lo es M_p y t_s , y la respuesta ante una entrada escalón, y como elemento adicional el coeficiente de correlación, con el cual se obtiene el grado de similitud entre la respuesta deseada y la respuesta del sistema hasta que se logra obtener las ganancias del PID que mejor se adaptaran a la respuesta que se desea. Finalmente se puede destacar que el uso del coeficiente de correlación para realizar la sintonización de un PID bajo un esquema IFT no se ha utilizado, ya que principalmente utiliza función de gradiente de la señal de error, Integral Square Error, Integral Absolute Error, Integral Time Square Error, Integral Time Absolute Error [8].



Como trabajo futuro se realizarán pruebas experimentales en un servomotor ya que son de los elementos más utilizados en el sector industrial para la automatización de procesos, además se buscará una técnica que permita optimizar el número de iteraciones del método con lo cual se podrá definir con mayor precisión el rango para modificar las ganancias del PID y el incremento que se requiere.

Conclusión

Este nuevo método está enfocado en la sintonización de un controlador PID bajo un esquema iterativo (IFT), en el cual con ayuda del coeficiente de correlación se evalúa la similitud que existe entre la respuesta deseada y las múltiples respuestas del sistema obtenidas con el controlador PID, con el fin de obtener las ganancias que mejor se aproximan a la respuesta deseada. Como se analizó en los resultados obtenidos el método demostró su efectividad, al igual que su flexibilidad ya que puede ser utilizado para diferentes plantas. La baja demanda de recursos del método permite que pueda ser utilizado como un método convencional de sintonización ya que requiere de conceptos ampliamente utilizados en la teoría de control automático como la respuesta ante una entrada escalón, el M_p y el t_s . Finalmente, se puede destacar que el uso de coeficiente de correlación en ingeniería de control para la sintonización de controladores PID no ha sido explorado, lo cual permitirá ampliar esta área de investigación.

Referencias

- [1] Bennett, S. (1996). A brief history of automatic control. *IEEE Control Systems Magazine*, 16(3), 17-25. DOI: 10.1109/37.506394.
- [2] F. Bolivar, R. Velasquez and B. Lizcan. (2023). Historia del control automático hasta el año 1950, Universidad de Costa Rica: Facultad de Ingeniería. Recuperado el 19 de enero del 2023, de <https://docplayer.es/72953437-Historia-del-control-automatico.html>.
- [3] Luna, K. L., Palacios, E. R., & Marin, A. (2018). A fuzzy speed controller for a guide robot using an HRI approach. *IEEE Latin America Transactions*, 16(8), 2102-2107. DOI: 10.1109/TLA.2018.8528222.
- [4] Zhang, H., Assawinchaichote, W., & Shi, Y. (2021). New PID parameter autotuning for nonlinear systems based on a modified monkey–multiagent DRL algorithm. *IEEE Access*, 9, 78799-78811. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3083705.
- [5] Mier, L. A., Benitez, J. S., López, R., Segovia, J. A., Peña, R., & Ramirez, F. J. (2017). Adaptive fuzzy control system for a squirrel cage induction motor. *IEEE Latin America Transactions*, 15(5), 795-805. DOI: 10.1109/TLA.2017.7910191.
- [6] Son, D., Choi, H. (2018). Iterative feedback tuning of the proportional-integral-differential control of flow over a circular cylinder. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 27(4), 1385-1396. DOI: 10.1109/TCST.2018.2828381.
- [7] Rossomando, F., & Soria, C. (2015). Design and implementation of adaptive neural PID for non linear dynamics in mobile robots. *IEEE Latin America Transactions*, 13(4), 913-918. DOI: 10.1109/TLA.2015.7106337.
- [8] Verma, B., & Padhy, P. K. (2019). Robust fine tuning of optimal PID controller with guaranteed robustness. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 67(6), 4911-4920. DOI: 10.1109/TIE.2019.2924603.
- [9] Zaky, M. S. (2015). A self-tuning PI controller for the speed control of electrical motor drives. *Electric Power Systems Research*, 119, 293-303. DOI: 10.1016/j.epsr.2014.10.004.
- [10] Xie, Y., Jin, J., Tang, X., Ye, B., & Tao, J. (2018). Robust cascade path-tracking control of networked industrial robot using constrained iterative feedback tuning. *IEEE Access*, 7, 8470-8482. DOI: 10.1109/ACCESS.2018.2889702.
- [11] Moreno-Valenzuela, J., Pérez-Alcocer, R., Guerrero-Medina, M., & Dzul, A. (2018). Nonlinear PID-type controller for quadrotor trajectory tracking. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 23(5), 2436-2447. DOI: 10.1109/TMECH.2018.2855161.
- [12] Zaky, M. S. (2015). A self-tuning PI controller for the speed control of electrical motor drives. *Electric Power Systems Research*, 119, 293-303. URL: <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2014.10.004>.



- [13] Sun, H., Sun, Q., Tao, J., Luo, S., & Chen, Z. (2017, July). A flight control system for parafoils based on improved PID control approach. In 2017 36th Chinese Control Conference (CCC) (pp. 1168-1173). IEEE. DOI: 10.23919/ChiCC.2017.8027506.
- [14] Aguila-Leon, J., Chiñas-Palacios, C., Carlos, V. S., Hurtado-Perez, E., & Garcia, E. X. M. (2021). Particle swarm optimization, genetic algorithm and grey wolf optimizer algorithms performance comparative for a DC-DC boost converter PID controller. *Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal*, 6(1), 619-625. URL: <https://doi.org/10.25046/aj060167>.
- [15] Heertjes, M. F., Van der Velden, B., & Oomen, T. (2015). Constrained iterative feedback tuning for robust control of a wafer stage system. *IEEE transactions on control systems technology*, 24(1), 56-66. DOI: 10.1109/TCST.2015.2418311.
- [16] Hjalmarsson, H., Gunnarsson, S., & Gevers, M. (1994, December). A convergent iterative restricted complexity control design scheme. In *Proceedings of 1994 33rd IEEE conference on decision and control* (Vol. 2, pp. 1735-1740). IEEE. DOI: 10.1109/CDC.1994.411185.
- [17] Tesch, D. A., Eckhard, D., & Guarienti, W. C. (2016). Pitch and roll control of a quadcopter using cascade iterative feedback tuning. *IFAC-PapersOnLine*, 49(30), 30-35. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.11.118>.
- [18] Zhao, L., He, W., & Lv, F. (2021). Model-free adaptive control for parafoil systems based on the iterative feedback tuning method. *IEEE Access*, 9, 35900-35914. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3050275.
- [19] Li, X., Chen, S. L., Ma, J., Teo, C. S., & Tan, K. K. (2018, July). Data-driven model-free iterative tuning approach for smooth and accurate tracking. In 2018 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM) (pp. 593-598). DOI: 10.1109/AIM.2018.8452239
- [20] Wu, W., Li, D., Meng, W., Zuo, J., Liu, Q., & Ai, Q. (2019, July). Iterative feedback tuning-based model-free adaptive iterative learning control of pneumatic artificial muscle. In 2019 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM) (pp. 954-959). DOI: 10.1109/AIM.2019.8868584.
- [21] Gonzalez-Villagomez, J., Rodriguez-Donate, C., Lopez-Ramirez, M., Mata-Chavez, R. I., & Palillero-Sandoval, O. (2023). Novel Iterative Feedback Tuning Method Based on Overshoot and Settling Time with Fuzzy Logic. *Processes*, 11(3), 694. URL: <https://doi.org/10.3390/pr11030694>.
- [22] Mehmeti, X. (2019). Adaptive PID controller design for joints of Humanoid Robot. *IFAC-PapersOnLine*, 52(25), 110-112. DOI: 10.1016/j.ifacol.2019.12.456.
- [23] Lalinde, J. D. H., Castro, F. E., Rodríguez, J. E., Rangel, J. G. C., Sierra, C. A. T., Torrado, M. K. A., ... & Pirela, V. J. B. (2018). Sobre el uso adecuado del coeficiente de correlación de Pearson: definición, propiedades y suposiciones. *Archivos venezolanos de Farmacología y Terapéutica*, 37(5), 587-595. URL: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=55963207025>
- [24] Taylor, R. (1990). Interpretation of the correlation coefficient: a basic review. *Journal of diagnostic medical sonography*, 6(1), 35-39. URL: <https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1177/875647939000600106>.
- [25] Bazanella, A. S., Pereira, L. F. A., & Parraga, A. (2016). A new method for PID tuning including plants without ultimate frequency. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 25(2), 637-644. DOI: 10.1109/TCST.2016.2557723.

