

Análisis de la exactitud para un robot de tres grados de libertad

Accuracy Analysis for a Three Degrees of Freedom Robot

José M. López-Villagómez¹, Carlos Rodríguez-Doñate¹, Juan M. López-Hernández¹, Ruth I. Mata-Chávez¹

¹Departamento de Estudios Multidisciplinarios, División de Ingenierías del Campus Irapuato-Salamanca, Universidad de Guanajuato
jm.lopezvillagomez@ugto.mx

Resumen

En este trabajo se realiza un estudio de resolución para los cálculos de la cinemática inversa y directa de un robot de 3 grados de libertad (GDL) de rotación, enfatizando que todo este análisis solo se lleva a cabo en simulación utilizando el software Matlab, por lo que parámetros tales como longitudes de enlace solo se expresan en los cálculos. Primero, al aplicar la metodología Denavit-Hartenberg (DH), se ubicaron los sistemas de referencia correspondientes a cada articulación. Posteriormente, la matriz de transformación homogénea y la metodología analítica se utilizaron para calcular la cinemática inversa. Estas ecuaciones son corroboradas por una simulación en Matlab. Finalmente, se realizaron las pruebas correspondientes para obtener los errores entre los valores obtenidos entre las ecuaciones con toda la resolución de la cinemática inversa contra los valores con menor resolución, y así poder concluir un cierto número de bits para representar los valores de los ángulos, en el que El robot puede seguir las trayectorias que lo imponen sin problema.

Palabras clave: Cinemática inversa; cinemática directa; Denavit-Hartenberg; robot; manipulador; exactitud.

Introducción

Desde no hace tiempo atrás los robots han ido sustituyendo tareas peligrosas y monótonas realizadas por el ser humano, y es que actualmente la robótica ha penetrado casi todos los campos industriales, médicos, espaciales, etc. Esto debido a la gran precisión y rapidez con la que los robots llevan a cabo los procesos (Relly, 2017). Un robot manipulador se puede describir como una cadena articulada en laza abierto con unos elementos conectados en serie por una articulación de revolución o prismática movida por actuadores. En gran parte de las aplicaciones de robótica, se estudia la descripción de posición y orientación del efector final del robot con relación a un sistema de coordenadas de referencia fija, para lo cual se necesita dar solución al problema de la cinemática inversa y directa (Luis, 2006). La cinemática inversa de un robot manipulador, consiste en calcular los ángulos de las articulaciones en función de la orientación y posición del *gripper*, dichos cálculos no son para triviales ya que se obtiene ecuaciones no lineales, la solución a este problema generalmente se aborda utilizando métodos analíticos basados en sistemas matriciales de 4×4 . Mientras que la cinemática directa consiste en encontrar la posición y orientación del efector final a partir de los ángulos de las articulaciones y parámetros geométricos del robot (González, 2015).

Desde este análisis, Denavit & Hartenberg proponen un método matricial para encontrar la solución de manera sistemática al problema de la cinemática directa y por consecuencia a la cinemática inversa. Puesto día a día, esta aumentado la importancia de los robots manipuladores en aplicaciones médicas, y a su vez en el sector industrial para la fabricación y micro ensamblaje de productos muy pequeños donde muchas veces se requiere una precisión del ensamblaje tiende a ser inferior a 1 mm (Abhamed, 2018), por consecuencia se requiere de una alta precisión. No obstante, la programación de estos robots siempre tiene problemas de precisión debido a los cálculos de su cinemática inversa. Una de las cuestiones más importantes en la programación de robots es la dificultad de la cinemática inversa, la complejidad del problema cinemático inverso se obtiene mediante la geometría del manipulador y de sus ecuaciones no lineales que describen la orientación y posición final del *gripper* (Yasmin, 2016). Conforme la complejidad y la estructura geométrica del robot, dichas ecuaciones se harán más complicadas, y por consecuencia se tendrán altas cargas computacionales que se necesita para resolver la cinemática inversa (Franco, 2018). El objetivo de este trabajo es hacer el estudio de la exactitud de las ecuaciones de la cinemática inversa que modelan el movimiento del robot, es decir se calculara el error de la trayectoria seguida por el robot en contra la trayectoria teórica en función a la resolución de bits de dichas ecuaciones para dar una conclusión en cuanto que tanto afecta al movimiento del robot si se disminuye el número de bits, para así poder lograr una buena relación eficiente del movimiento del robot-costo computacional.



Metodología Propuesta

I.MODELO CINEMÁTICO DIRECTO DEL ROBOT

Para describir la geometría espacial de un robot, resulta basta útil la representación en coordenadas homogéneas. La definición de una representación en coordenadas homogéneas en un espacio tridimensional es favorable para desarrollar transformaciones matriciales que implican rotación, translación, escalado y perspectiva (Ruthber,2017). A grandes rasgos, una matriz de transformación homogénea sirve para transformar un vector de posición expresado en coordenadas homogéneas desde un sistema base de referencia hasta otro sistema de coordenadas.

Una matriz de transformación homogénea contiene cuatro submatrices, como se muestra en la ecuación (1)

$$T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Matriz de rotación} & \text{Vector de posición} \\ \text{Vector de perspectiva} & \text{Escalado} \end{bmatrix} \quad (1)$$

La submatriz superior derecha, representa el vector de posición; la submatriz superior izquierda representa la matriz de rotación; la submatriz inferior izquierda representa la transformación de perspectiva; y por último la submatriz inferior derecha es el factor de escalamiento. Para aplicaciones de robótica el vector de perspectiva siempre será igual a cero y el escalado valdrá uno (Rocha, 2011). Para obtener la cinemática del brazo del robot se utiliza la metodología de Denavit-Hartenberg, donde se tiene que establecer de manera sistemática un sistema coordenado de referencia para cada articulación del manipulador (Ruthber,2018). Esta representación resulta en una matriz de transformación homogénea ${}^{i-1}T_i$, la cual representa cada uno de los sistemas coordenados de referencia vinculado a cada articulación i con respecto al sistema coordenados de referencia de la articulación previa. En la Figura 1, se muestra el sistema coordenado vinculados a cada articulación.

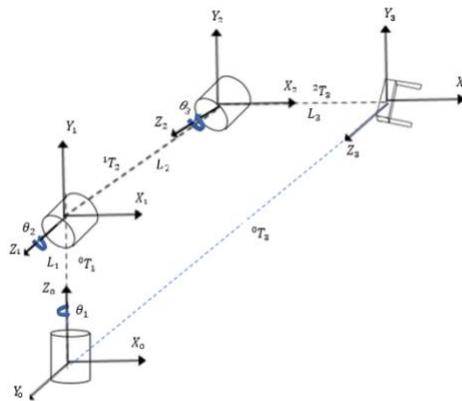


Figura 1. Cadena cinemática del robot, donde se establecen los sistemas de coordenadas para un robot de 3 GDL.

Una vez establecido los sistemas de coordenadas de referencia y las medidas del robot, se procede a encontrar los parámetros de Denavit-Hartenberg, los cuales se muestran en la tabla 1. Posteriormente esos parámetros serán sustituidos en la matriz de transformación homogénea. A continuación, se describen de manera general, estos cuatro parámetros de D-H (Jin-Won, 2016).

a_i : Es la distancia de separación desde la intersección desde la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i hasta el origen del sistema i -ésimo a lo largo del eje x_i (ó la distancia más corta entre los ejes z_{i-1} y z_i).

α_i : Es el ángulo de separación del eje z_{i-1} al eje z_i respecto de x_i (utilizando la regla de la mano derecha).



θ_i : Es el ángulo de la articulación del eje x_{i-1} al eje x_i respecto del eje z_{i-1} (utilizando la regla de la mano derecha).

d_i : Es la distancia desde el origen del sistema de coordenadas $i - 1$ hasta la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i a lo largo del eje z_{i-1} .

Tabla 1. Frecuencia de 8 armónicos de señal modulada por ancho de pulsos

| Articulación | θ_i | d_i | a_i | α_i |
|--------------|------------|-------|-------|------------|
| 1 | θ_1 | L_1 | 0 | 90° |
| 2 | θ_2 | 0 | L_2 | 0 |
| 3 | θ_3 | 0 | L_3 | 0 |

A partir de los valores de la Tabla 1, se calculan las matrices de transformación homogénea para cada uno de los sistemas coordenados para cada articulación:

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Donde S y C representan las funciones trigonométricas seno y coseno respectivamente. De manera que las matrices para cada articulación son las siguientes:

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} C & -S_2 & 0 & L_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & L_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & L_3 C_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & L_3 S_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



La cinemática directa se expresa mediante una matriz de transformación T , que relaciona orientación y posición del gripper del robot con respecto a un sistema coordinado de referencia fijo, que por lo general es la base, por lo cual la expresión que expresa la cinemática directa de este robot de 3 GDL queda definida como:

$$T = {}^0T_3 = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 \quad (6)$$

II. MODELO CINEMATICO INVERSO

El cálculo de la cinemática inversa no es tan sencillo como el de la cinemática directa. Inclusive existen métodos iterativos para el cálculo de la cinemática inversa. Sin embargo, estos métodos muchas veces resultan ser lentos y no garantizan la convergencia de la solución a este problema (Luis.2008), ya que, para esta, surgen ecuaciones no lineales, es decir, existen varias soluciones a estas ecuaciones que describen las configuraciones que debe adoptar el robot para posicionarse y orientarse de acuerdo a la tarea requerida.

A partir de la cinemática directa, se realiza el desarrollo para el cálculo de la cinemática inversa. Primeramente, se buscan las matrices inversas de las matrices de transformación homogénea:

$$({}^0T_1)^{-1} = \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -L_1 \\ S_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$({}^1T_2)^{-1} = \begin{bmatrix} C_2 & S_2 & 0 & -L_2 \\ -S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Una vez obtenidas las matrices inversas y utilizando la ecuación (6), se manipulan de tal manera que las variables articulares queden en función de la posición espacial, de forma que para la variable articular 1, se obtiene la siguiente expresión:

$$({}^0T_1)^{-1}T = {}^1T_2 {}^2T_3 \quad (9)$$

Y así se encuentra la ecuación para θ_1 :

$$\theta_1 = \arctg\left(\frac{P_y}{P_x}\right) \quad (10)$$

De manera similar para θ_2 y θ_3 , y haciendo uso de identidades trigonométricas, se obtienen las siguientes expresiones:

$$\theta_3 = \arctg\left(\frac{B * C_2 - A * S_2}{A * C_2 + B * S_2 - L_2}\right) \quad (11)$$

donde:

$$A = P_x C_1 + P_y * S_1 \quad (12)$$



$$B = P_z - L_1 \tag{13}$$

$$C = \frac{L_3^2 - L_2^2 - A^2 - B^2}{-2L_2} \tag{14}$$

Resultados y conclusiones

Una vez obtenidas las ecuaciones que modelan la cinemática inversa para este robot de tres GDL, se procedió a simularlas en el software de Matlab para verificar si matemáticamente son correctas. Como la cinemática inversa requiere de las coordenadas espaciales para poder calcular los ángulos, se le mandaron los puntos para describir la trayectoria de un triángulo, como se ve en la Figura 2.

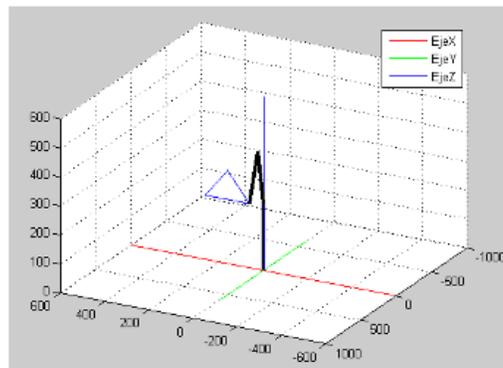


Figura 2. Simulación de las ecuaciones cinemáticas inversas. Se calculan los ángulos para poder describir la trayectoria que se le manda.

Realmente los valores de los ángulos obtenidos varían muy poco, es decir, la variación entre un ángulo y otro su parte decimal es la que sufre un cambio más notorio. Lo que se estudió en este trabajo, fue hacer un truncamiento de bits para poder hacer el análisis de la exactitud de las ecuaciones (10), (11) y (12) emulando las operaciones del cálculo de la cinemática inversa en punto fijo. A continuaciones se puede ver en las Figura 3, Figura 4 y Figura 5 los ángulos obtenidos a partir de este análisis.

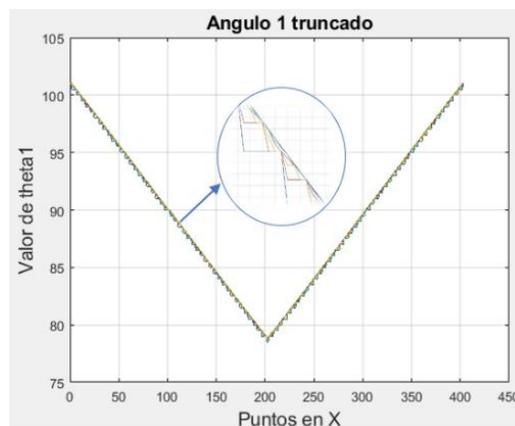


Figura 3. Degradación de resolución para el ángulo teta 1, desde 1 hasta 40 bits.



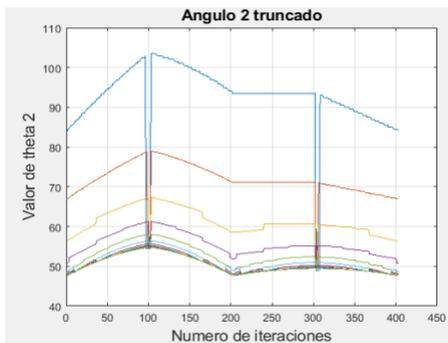


Figura 4. Valores del ángulo 2 desde 1 bit hasta 40 bits.

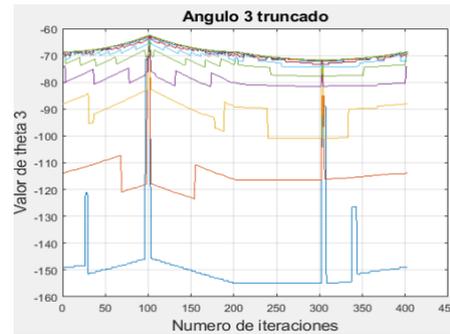


Figura 5. De la misma manera se obtuvieron los valores para el ángulo 3, con resolución de 1 bit hasta 40 bits.

Al finalizar este trabajo se llegó a la conclusión de que, al momento de implementar las ecuaciones de la cinemática inversa en algún dispositivo de hardware, con este análisis podemos decir que tan solo 10 bits como máximo, el movimiento ejercido por el robot en la simulación es bastante óptimo, ya que cuantitativamente el error RMS para 10 bits es prácticamente 0% y por consecuencia dicho hardware consumirá menos recursos, lo cual se traduce a un menor gasto energético.

Referencias

- Andueza, L., & Aguirre, I. (2008). Diseño de un Manipulador Robótico con Tres Grados de Libertad para fines educativos. *Ciencia e Ingeniería*, 30(1), 3-13.
- Ansari, Y., Falotico, E., Mollard, Y., Busch, B., Cianchetti, M., & Laschi, C. (2016, June). A multiagent reinforcement learning approach for inverse kinematics of high dimensional manipulators with precision positioning. In 2016 6th IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechanics (BioRob) (pp. 457-463). IEEE.
- El-Sherbiny, A., Elhosseini, M. A., & Haikal, A. Y. (2018). A comparative study of soft computing methods to solve inverse kinematics problem. *Ain Shams Engineering Journal*, 9(4), 2535-2548.
- Giraldo, L. F., Delgado, E., & Castellanos, G. (2006). Cinemática inversa de un brazo robot utilizando algoritmos genéticos. *Revista Avances en Sistemas e Informática*, 3(1), 29-34.
- Lee, J. W., Park, G. T., Shin, J. S., & Woo, J. W. (2017, October). Industrial robot calibration method using denavit–Hartenberg parameters. In 2017 17th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS) (pp. 1834-1837). IEEE.
- Lopez-Franco, C., Hernandez-Barragan, J., Alanis, A. Y., & Arana-Daniel, N. (2018). A soft computing approach for inverse kinematics of robot manipulators. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 74, 104-120.
- Petrescu, R. V., Aversa, R., Apicella, A., Kozaitis, S., Abu-Lebdeh, T., & Petrescu, F. I. (2017). The inverse kinematics of the plane system 2-3 in a mechatronic MP2R system, by a trigonometric method. *Journal of Mechatronics and Robotics*, 1(2), 75-87.
- Rocha, C. R., Tonetto, C. P., & Dias, A. (2011). A comparison between the Denavit–Hartenberg and the screw-based methods used in kinematic modeling of robot manipulators. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 27(4), 723-728.
- Serrezuela, R. R., Cardozo, M. Á. T., Ardila, D. L., & Perdomo, C. A. C. (2018). A consistent methodology for the development of inverse and direct kinematics of robust industrial robots. *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*, 13(01), 293-301.



Serrezuela, R. R., Chavarro, A. F. C., Cardozo, M. A. T., Toquica, A. L., & Martínez, L. F. O. (2017). Kinematic modelling of a robotic arm manipulator using Matlab. *ARNP Journal of Engineering and Applied Sciences*, 12(7), 2037-2045.

Vaca González, J. J., Peña Caro, C. A., & Vacca González, H. (2015). Cinemática inversa de robot serial utilizando algoritmo genético basado en MCDS. *Tecnura*, 19(44), 33-45.

