

Análisis de Vibraciones en Sistemas de Entrepiso

M.I. Francisco José Luna Rodríguez¹, Dr. Julio Cesar Leal Vaca¹, Sergio Andrés Chávez Espinola², Andrea Minerva Mortera Villalobos³, Olga Casandra Licea Puga⁴, Mendoza Hernández Deriam Antonio⁵, Núñez Mendoza Héctor⁶.

¹Profesor de Tiempo Completo Universidad de Guanajuato, ^{2,3,4,5,6} Estudiante de la División de Ingenierías luna.fj@ugto.mx, julio.leal@ugto.mx¹, sa.chavezspino@ugto.mx², am.mortravillalobos@ugto.mx³, oc.liceapuga@ugto.mx⁴, da.mendoza.hernandez@ugto.mx⁵, h.nunezmendoza@ugto.mx⁶

Resumen

Actualmente los sistemas de piso son sistemas cada vez más ligeros debido a la reducción de las dimensiones de elementos que conforman las estructuras. Lo que ha generado que el problema de vibraciones sea cada vez más común en los sistemas de piso. El presente trabajo muestra el proceso de revisión de sistemas de piso ante vibraciones, dando mayor importancia a la parte referente al uso para actividades rítmicas. Las vibraciones se deben a dos acciones, la acción por caminar y la acción por actividades rítmicas. La primera se presenta en casas habitación, oficinas, restaurantes donde solo se tiene tránsito de personas caminando. La segunda se presenta cuando hay una actividad que genera excitaciones a diferentes frecuencias o con cargas de impacto por el movimiento de personas.

Palabras clave: Vibraciones; Sistemas de piso, Actividades rítmicas.

Revisión de Reglamentos

Se realizó una revisión de los reglamentos que rigen el diseño de estructuras en México, Canadá y Estados Unidos de América para diferentes materiales. Los reglamentos consultados fueron la Guía "AISC/CISC Steel Design Guide Series 11" (American Institute of Steel Construction, 2016), el Reglamento canadiense "National Building Code of Canada", "Guía de Diseño por Vibración debido a la Actividad Humana en Pisos Prefabricados ANIVIP". A continuación, se comenta brevemente a que hace referencia cada uno.

La guía de diseño 11 (Design Guide 11. Floor Vibrations due to Human Activity) forma parte de la serie de guías de diseño en acero (Steel Design Guide Series) publicadas por el American Institute of Steel Construction para fomentar y dar a conocer los avances teóricos y tecnológicos aplicados al diseño de estructuras de acero.

El Código Nacional de Construcción de Canadá (National Building Code of Canada) incluye límites de tolerancia para el análisis por vibraciones. La guía de usuario (NRCC, 2010b) en su primera edición es una guía de diseño por vibraciones debidas a la acción de caminar, adicionalmente la guía de usuario tiene límites recomendados para actividades rítmicas. Los comentarios complementarios sección A, son los criterios de servicio para deflexiones y vibraciones. Los criterios establecidos para el diseño de estructuras sometidas a actividades rítmicas se basan en el código Nacional de Construcción de Canadá (NRCC, 2010a; NRCC, 2010b), pero modificado debido a las experiencias e investigaciones.

Los otros documentos consultados como la Guía de diseño por vibración debido a la actividad humana en Pisos prefabricados ANIVIP son un ajuste de la Guía 11 del AISC al cálculo de vibraciones en sistemas prefabricados.

En base a la revisión de bibliografía se concluye que los reglamentos consultados siguen el procedimiento marcado en la Guía de Diseño 11 del AISC y por eso se tomara como basé para el desarrollo de este trabajo.

Criterios Vibraciones en Sistemas de Entrepiso

La revisión por vibraciones puede dividirse en dos casos básicos:

1. Vibraciones por la acción de caminar.
2. Vibraciones generadas por acción de actividades rítmicas.

En ambos casos existen dos criterios a revisar para determinar si los sistemas de piso son susceptibles a vibrar. Los criterios son los siguientes:

1. **Criterio de Rigidez:** El criterio afirma que un sistema de piso es satisfactorio si la frecuencia natural del sistema, f_n , es mayor o igual a la frecuencia natural mínima requerida, $f_{nreq'd}$, para prevenir vibraciones.
2. **Criterio de Aceleración:** El criterio afirma que un sistema de piso es satisfactorio si la relación de aceleración pico (a_p/g), debida a actividades rítmicas, no excede la aceleración límite del sistema a_o/g que depende del uso del sistema de piso.

Si ambos criterios son satisfechos se puede esperar que la percepción de vibraciones por el usuario este en un rango tolerable y que no genere sensación de inseguridad.

En ambos criterios es necesario determinar la frecuencia del sistema lo cual se puede dividir en tres casos:

- Caso I: Modo Panel Viga Secundaria
- Caso II: Modo Panel Viga Principal
- Caso III: Modo de Panel Combinado

Caso I: Modo Panel Viga Secundaria

En este apartado se describe brevemente el calculo del modo de panel para un sistema compuesto de losacero con viga metálica IPR. La finalidad de esta parte es calcular las propiedades geométricas de la sección compuesta utilizando el método de la sección transformada. En base a estas propiedades es posible determinar las deflexiones al centro de la viga que generan la vibración del sistema.

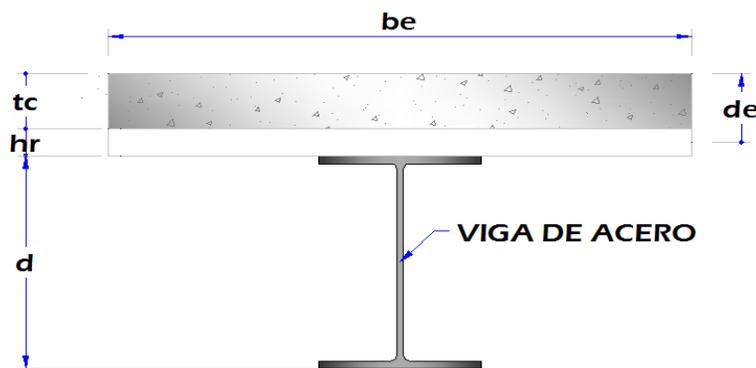


Figura 1. Viga Secundaria.

Peralte efectivo para revisión de vibraciones: Usualmente tomado como el peralte que se encuentra sobre la lámina más la mitad de peralte de la lámina.

$$d_e = t_c + \frac{h_r}{2} \quad \text{Ecuación 1}$$

Ancho efectivo de la losa de concreto: El ancho efectivo de la losa de concreto para efecto de revisión de vibraciones es tomado como la menor de las siguientes cantidades:

- El 40% del claro de la viga = 0.40L
- La separación entre vigas = S

$$b_e = \text{Min}(0.40L, S) \text{ Ecuación 2}$$

Momento de inercia transformado de la losa por unidad de ancho:

$$D_s = \frac{d_e^3}{12n} \text{ Ecuación 3}$$

$$n = \frac{E_s}{1.35E_c} \text{ Ecuación 4}$$

$$E_c = 0.14w_c^{1.5}\sqrt{f'c} \text{ Ecuación 5}$$

Tabla 1. Términos inercia transformada

Símbolo	Elemento
n	Relación modular dinámica
E_s	Módulo de elasticidad del acero
E_c	Módulo de elasticidad del concreto (ACI-05)
w_c	Peso volumétrico del concreto (kg/m3)
$f'c$	Resistencia a compresión del concreto (kg/cm2)

Momento de inercia transformado, I: La posición del centro de gravedad de la sección de acero, respecto a su borde inferior.

$$Y_a = \frac{0.5A_{ps}(2d-t_{ps})+0.5A_{pi}t_{pi}+0.5A_{al}(d+t_{pi}-t_{ps})}{A_a} \text{ Ecuación 6}$$

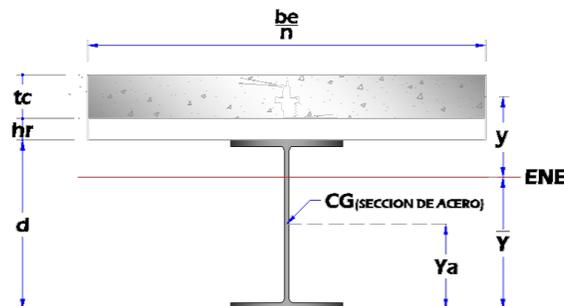


Figura 2. Propiedades del modo panel viga

La posición del eje neutro elástico ENE: (o la del centro de gravedad de la sección transformada), respecto al borde inferior de la viga de acero.

$$\bar{Y} = \frac{A_a Y_a + A_{ct} \left(d + h_r + \frac{t_c}{2} \right)}{A_a + A_{ct}} \text{ Ecuación 7}$$

La distancia del centroide del área efectiva de la losa al eje neutro elástico:

$$y = d + h_r + \frac{t_c}{2} - \bar{Y} \text{ Ecuación 8}$$

El momento de inercia de la sección transformada es:

$$I_j = I_t = I_a + A_a(\bar{Y} - Y_a)^2 + I_{ct} + A_{ct}y^2 \quad \text{Ecuación 9}$$

$$A_{ct} = b_{eq}t_c = \left(\frac{b_e}{n}\right)t_c \quad \text{Ecuación 10}$$

$$I_{ct} = \frac{b_{eq}t_c^3}{12} = \frac{b_e t_c^3}{12n} \quad \text{Ecuación 11}$$

Las propiedades geométricas de la sección compuesta son utilizadas para determinar la deflexión generada por la carga por peso propio del sistema y la carga viva reducida dependiendo del tipo de vibración que se desea revisar.

$$w_j = S(CV + CM) \quad \text{Ecuación 12}$$

La deflexión máxima generada en el sistema se determina considerando que la viga esta simplemente apoyada en sus extremos caso en que su deflexión está dada por:

$$\Delta_j = \frac{5w_j L_j^4}{384E_s I_j} \quad \text{Ecuación 13}$$

Tabla 2. Términos en cálculo de deflexiones panel viga secundaria

Símbolo	Elemento
w_j	Peso soportado por unidad de longitud
L_j	Longitud de la viga secundaria o joist
E_s	Módulo de elasticidad del acero
I_j	Momento de inercia de la sección transformada

La frecuencia del sistema en base a las ecuaciones propuestas por la Guía 11 está dada por:

$$f_j = 0.18 \sqrt{\frac{g}{\Delta_j}} \quad \text{Ecuación 14}$$

Tabla 3. Términos en cálculo de frecuencia panel viga secundaria

Símbolo	Elemento
f_j	Frecuencia natural fundamental, Hz
g	Aceleración de la gravedad, 9.806 m/s ²
Δ_j	Deflexión debida al peso soportado

Caso II: Modo Panel Viga Principal

En este apartado se calcularán las propiedades de la sección compuesta de la viga principal trabajando como sección compuesta con la losa. El procedimiento es similar al sistema de panel de la viga secundaria.

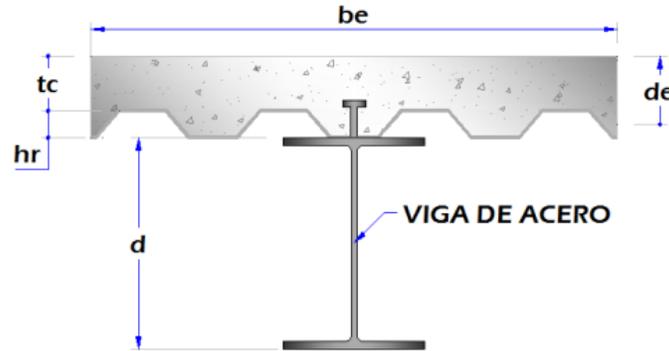


Figura 3. Propiedades de la losa de piso viga principal

Peralte efectivo de la losa para la revisión de vibraciones: Usualmente tomado como el peralte que se encuentra sobre la lámina más la mitad de peralte de la lámina.

$$d_e = t_c + \frac{h_r}{2} \text{ Ecuación 15}$$

Ancho efectivo de la losa de concreto: El ancho efectivo de la losa de concreto para efecto de revisión de vibraciones es tomado como la menor de las siguientes cantidades:

- El 40% del claro de la viga = 0.40L
- La separación entre vigas = S

$$b_e = \text{Min}(0.40L, S) \text{ Ecuación 16}$$

Momento de inercia transformado de la losa por unidad de ancho:

$$d_e = t_c + \frac{h_r}{2} \text{ Ecuación 17}$$

$$D_s = \frac{d_e^3}{12n} \text{ Ecuación 18}$$

$$n = \frac{E_s}{1.35E_c} \text{ Ecuación 19}$$

$$E_c = 0.14w_c^{1.5}\sqrt{f'_c} \text{ Ecuación 20}$$

Momento de inercia transformado, I_g : La posición del centro de gravedad de la sección de acero, respecto a su borde inferior. La posición del centro de gravedad de la sección de concreto, respecto a su borde inferior, Y_a :

$$Y_a = \frac{0.5A_{ps}(2d - t_{ps}) + 0.5A_{pi}t_{pi} + 0.5A_{al}(d + t_{pi} - t_{ps})}{A_a} \text{ Ecuación 21}$$

La posición del eje neutro elástico ENE: (o la del centro de gravedad de la sección transformada), respecto al borde inferior de la viga de acero.

$$\bar{Y} = \frac{A_a Y_a + A_{ct} \left(d + h_r + \frac{t_c}{2} \right)}{A_a + A_{ct}} \text{ Ecuación 22}$$

La distancia del centroide del área efectiva de la losa al eje neutro elástico:

$$y = d + h_r + \frac{t_c}{2} - \bar{Y} \quad \text{Ecuación 23}$$

El momento de inercia de la sección transformada es:

$$I_g = I_t = I_a + A_a(\bar{Y} - Y_a)^2 + I_{ct} + A_{ct}y^2 \quad \text{Ecuación 24}$$

$$A_{ct} = b_{eq}t_c = \left(\frac{b_e}{n}\right)t_c \quad \text{Ecuación 25}$$

$$I_{ct} = \frac{b_{eq}t_c^3}{12} = \frac{b_e t_c^3}{12n} \quad \text{Ecuación 26}$$

El peso soportado por el sistema del panel de viga principal está en función de las cargas generadas por las vigas secundarias de la forma:

$$W_g = L_j \left(\frac{W_j}{s}\right) + W_{PPviga\ principal} \quad \text{Ecuación 27}$$

Tabla 4. Términos en cálculo de peso panel viga principal

Símbolo	Elemento
L_j	Longitud de la viga secundaria o joist
W_j	Peso soportado por unidad de longitud para la viga secundaria o Joist
s	Separación entre vigas secundarias o joist

La deflexión máxima generada en el sistema se determina considerando que la viga esta simplemente apoyada en sus extremos caso en que su deflexión está dada por:

$$\Delta_j = \frac{5w_g L_j^4}{384E_s I_g} \quad \text{Ecuación 28}$$

Tabla 5. Términos en cálculo de deflexiones panel viga principal

Símbolo	Elemento
w_g	Peso soportado por unidad de longitud
L_g	Longitud de la viga principal
E_s	Módulo de elasticidad del acero
I_g	Momento de inercia de la sección transformada

La frecuencia del sistema en base a las ecuaciones propuestas por la Guía 11 está dada por:

$$f_g = 0.18 \sqrt{\frac{g}{\Delta_g}} \quad \text{Ecuación 29}$$

Tabla 6. Términos en cálculo de frecuencia panel viga principal

Símbolo	Elemento
f_g	Frecuencia natural fundamental, Hz
g	Aceleración de la gravedad, 9.806 m/s ²
Δ_g	Deflexión debida al peso soportado

Caso III: Modo Panel Combinado

El modo combinado considera el efecto de la viga principal en conjunto con la viga secundaria, la frecuencia del panel se puede calcular en base a la siguiente ecuación:

$$f_n = 0.18 \sqrt{\frac{g}{(\Delta_j + \Delta_g)}} \quad \text{Ecuación 30}$$

La aceleración pico del sistema puede ser determinada en base a la frecuencia natural del sistema en el caso de la acción de caminar se puede realizar con la siguiente ecuación:

$$\frac{a_p}{g} = \frac{P_o e^{(-0.35 f_n)}}{\beta W} \quad \text{Ecuación 31}$$

Tabla 7. Términos en cálculo aceleración pico

Símbolo	Elemento
β	Relación modal de amortiguamiento
P_o	Fuerza constante según la ocupación del piso

Vibraciones por Acción de Caminar

Criterio de Rigidez

El criterio afirma que un sistema de piso es satisfactorio si la frecuencia natural del sistema, f_n es mayor o igual a 3 Hz pero menor a 9Hz. El límite inferior de 3Hz es para garantizar que no se presente resonancia en el sistema.

$$\text{Si } 3\text{Hz} \leq f_n < 9\text{Hz} \rightarrow \text{El sistema es adecuado} \quad \text{Ecuación 32}$$

Criterio de Aceleración

El criterio afirma que un sistema de piso es satisfactorio si la relación de aceleración a_p/g , no excede la aceleración límite a_o/g apropiada para la ocupación del piso.

$$\text{Si } \frac{a_p}{g} < \frac{a_0}{g} \rightarrow \text{El sistema es adecuado} \quad \text{Ecuación 33}$$

La aceleración pico, a_p , debida a la acción del caminar dada como fracción de la aceleración de la gravedad, g , es determinada como:

$$\frac{a_p}{g} = \frac{P_0 e^{(-0.35 f_n)}}{\beta W} \quad \text{Ecuación 34}$$

Tabla 8. Términos en ecuaciones de aceleración

Símbolo	Termino
a_p	Aceleración pico
g	Aceleración de la gravedad, 9.806 m/s ²
P_0	Fuerza constante = 65 lb \approx 30kg para sistemas de piso
P_0	Fuerza constante = 92 lb \approx 42kg para puentes peatonales
f_n	Frecuencia natural fundamental de una viga o joist, panel viga, panel combinado
β	Relación modal de amortiguamiento (0.01 a 0.05)
$W = wLB$	Peso efectivo soportado por la viga o panel de joist, panel viga

Tabla 9. Valores para determinar aceleración debido a actividades rítmicas

Ocupación	Fuerza constante P_0			Relación de amortiguamiento β	Límite de aceleración $a_0/g \times 100\%$
	29.50 kg	0.29 kN	65 lb		
Oficinas, residencias, iglesias	29.50 kg	0.29 kN	65 lb	0.02 – 0.05*	0.5 %
Centros comerciales	29.50 kg	0.29 kN	65 lb	0.02	1.5 %
Puentes peatonales en interiores	41.75 kg	0.41 kN	92 lb	0.01	1.5 %
Puentes peatonales en exteriores	41.75 kg	0.41 kN	92 lb	0.01	5.0 %

Vibraciones por Acciones Rítmicas

La necesidad de evitar problemas de vibración en construcciones debido a actividades rítmicas ha hecho que se elaboren criterios de diseño dado que esto hace que las aceleraciones repetitivas ocasionen problemas de fatiga en miembros estructurales lo que resulta peligroso e inseguro para los asistentes.

Criterio de Rigidez

El criterio afirma que un sistema de piso es satisfactorio si la frecuencia natural del sistema es mayor o igual a la frecuencia natural mínima requerida para prevenir vibraciones, este criterio está basado en función de las cargas dinámicas por actividades rítmicas y la respuesta dinámica de la estructura del piso, esto es:

$$\text{Si } f_n \geq (f_n)_{req'd} \rightarrow \text{El sistema es adecuado} \quad \text{Ecuación 35}$$

$$(f_n)_{req'd} = f \sqrt{1 + \frac{k}{a_0} \frac{\alpha_i w_p}{w_t}}$$

Criterio de Aceleración

El criterio afirma que un sistema de piso es satisfactorio si la relación de aceleración a_p/g debida a actividades rítmicas, no excede la aceleración límite a_o/g de la ocupación apropiada del sistema de piso.

$$Si \frac{a_p}{g} < \frac{a_o}{g} \text{ Límite} \rightarrow \text{El sistema es adecuado} \quad \text{Ecuación 36}$$

La aceleración pico, a_p , debida a actividades rítmicas dada como fracción de la aceleración de la gravedad, g , es determinada de acuerdo con la presencia o ausencia del fenómeno de resonancia.

El procedimiento para determinar las frecuencias y aceleraciones es similar a lo visto en la acción de caminar con ajustes en las cargas consideradas y las excitaciones que generan las vibraciones.

Tabla 10. Límites de aceleración recomendados para vibraciones debido a actividades rítmicas

Límites de Aceleración Recomendados para Vibraciones debido a Actividades Rítmicas			
Ocupaciones Afectadas por la Vibración	Tolerancia Límite de la Aceleración, a_o , %g		
	Min	Máx	Prom
Oficinas o Residencias	0.4	0.7	0.55
Baile o Comedores	1.5	2.5	2.00
Levantamiento de Pesas	1.5	2.5	2.00
Concierto o Solo Actividades Rítmicas	4.0	7.0	5.50
Aerobics	---	---	6.00

Tabla 11. Cargas Estimadas durante Eventos Rítmicos

Parámetros de las Cargas Dinámicas para Actividades Rítmicas					
Actividad	Frecuencia de Fuerza f_{step} , Hz	Peso Distribuido de los Participantes W_p , psf			Coeficiente Dinámico a_i
		Kg/m ²	Kpa	psf	
Baile		Kg/m ²	Kpa	psf	
1° Armónico	1.5 - 2.7	61.00	0.600	12.500	0.500
2° Armónico	3.0 - 5.4	61.00	0.600	(25 ft ² por persona)	0.050
Concierto		Kg/m ²	Kpa	psf	
1° Armónico	1.5 - 2.7	151.35	1.500	31.000	0.250
2° Armónico	3.0 - 5.4	151.35	1.500	(5 ft ² por persona)	0.050
Aerobics:		Kg/m ²	Kpa	psf	
1° Armónico	2.0 - 2.75	20.50	0.200	4.200	1.500
2° Armónico	4.0 - 5.50	20.50	0.200	4.200	0.600
3° Armónico	6.0 - 8.25	20.50	0.200	(35 ft ² por persona)	0.100

Tabla 12. Aplicación de los Criterios de Diseño de acuerdo con la Ecuación para Eventos Rítmicos

Actividad Límite de Aceleración Construcción	Frecuencia de Fuerza* (f, hz)	Peso Efectivo de los Participantes (wp)			peso total (wt)			Frecuencia Mínima Requerida*** (fn, hz)
		kg/m2	Kpa	psf	kg/m2	Kpa	psf	
Baile y Comedor ao/g = 0.02								
Piso pesado 5kPa (100psf)	3.00	61.00	0.60	12.50	550.00	5.60	112.50	6.40
Piso Ligero 2.5 kPa (50psf)	3.00	61.00	0.60	12.50	305.15	3.10	62.50	8.10
Conciertos en vivo o eventos deportivos ao/g = 0.05								
Piso pesado 5kPa (100psf)	5.00	151.35	1.50	31.00	639.50	6.50	131.00	5.90**
Piso Ligero 2.5 kPa (50psf)	5.00	151.35	1.50	31.00	395.45	4.00	81.00	6.40**
Sólo aerobics ao/g = 0.06								
Piso pesado 5kPa (100psf)	8.25	20.50	0.20	4.20	508.75	5.20	104.20	8.80**
Piso Ligero 2.5 kPa (50psf)	8.25	20.50	0.20	4.20	264.50	2.70	54.20	9.20**
Ejercicios de saltos compartidos con levantamiento de pesas ao/g = 0.02								
Piso pesado 5kPa (100psf)	8.25	12.20	0.10	2.50	500.45	5.12	102.50	9.20**
Piso Ligero 2.5 kPa (50psf)	5.50	12.20	0.12	2.50	256.30	2.62	52.50	10.60**

La frecuencia requerida del sistema se determina como se mencionó previamente con la ecuación:

$$(f_n)_{reqrd} = f \sqrt{1 + \frac{k \alpha_i w_p}{\frac{a_0}{g} w_t}} \quad \text{Ecuación 37}$$

Tabla 13. Elementos para el cálculo de frecuencias debido a actividades rítmicas

f_n	Frecuencia natural fundamental del sistema de piso
$(f_n)_{reqrd}$	Frecuencia natural mínima requerida para prevenir vibraciones no aceptables en la frecuencia de cada fuerza
f	frecuencia de fuerza = $i \times f_{step}$ (Ver ¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.)
i	Número armónico = 1, 2 o 3 (Ver ¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.)
f_{step}	Frecuencia de paso
k	Constante (1.3 para baile, 1.7 para conciertos en vivo o eventos deportivos y 2.0 para aerobics).
α_i	Coefficiente dinámico (Ver ¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.)
$\frac{a_0}{g}$	Relación del límite de aceleración pico
w_p	Peso efectivo por unidad de área de las partes que intervienen y que se encuentran sobre el panel de piso
w_t	Peso total efectivo por unidad de área distribuida sobre el panel de piso (peso que participa + peso del sistema de piso)

La aceleración pico se determina mediante la ecuación:

$$\frac{a_p}{g} = \frac{1.3\alpha_i w_p}{W_t} \sqrt{\left[\left(\frac{f_n}{f}\right)^2 - 1\right]^2 + \left[\frac{2\beta f_n}{f}\right]^2} \quad \text{Ecuación 38}$$

Tabla 14. Elementos para el cálculo de aceleración pico en función de las frecuencias de excitación

$\frac{a_p}{g}$	Aceleración pico como una fracción de la aceleración por gravedad.
α_i	Coficiente dinámico
w_p	Peso efectivo por unidad de área de participantes distribuidos sobre el panel de piso
w_t	Peso efectivo distribuido por unidad de área del panel de piso, incluyendo a ocupantes
f_n	Frecuencia natural del sistema de piso
f	frecuencia de fuerza = $i \times f_{step}$
i	Número armónico = 1, 2 o 3
f_{step}	Frecuencia de paso
β	Relación de amortiguamiento.

Si se cumplen las ecuaciones 35 y 36 la vibración estará en niveles tolerables para los ocupantes de la edificación.

Bibliografía

- American Institute of Steel Construction. (2016). *Steel Design Guide 11 Vibrations of Steel-Framed Structural Systems Due to Human Activity*. Estados Unidos de America: ---.
- Montiel, A. L. (2007). *Vibraciones en Sistemas de Piso Mediante los Criterios del AISC/CISC y del SCI*. Mexico, DF.
- Salazar Polanco, A. E., & Trujillo Figueredo, M. G. (s.f.). *Evaluación de los Efectos de las Vibraciones en los Niveles de Servicio de Sistemas Estructurales de Acero sometidos a la Actividad Humana*.
- Valadez Ramirez, & Velez Hernandez. (s.f.). Miembros Compuestos Acero-Concreto. En *Diseño de Estructuras de Acero*.