



Variación del aspecto geométrico para el análisis de la convección mixta de un cilindro rotando

Santiago Zavala María Celeste, Gallardo Gutiérrez Ana Luisa, Luviano Ortiz
José Luis, Hernández Guerrero Abel.
mc.santiagozavala@ugto.mx
Universidad de Guanajuato, Campus Irapuato-Salamanca, Departamento de
Ingeniería Mecánica

Resumen

El estudio de cilindros en fenómenos de convección natural y mixta ha sido ampliamente explorado, en su mayoría para configuraciones de cilindros circulares estáticos. En el presente trabajo se analiza el efecto del aspecto geométrico de cilindros con forma circular y elíptica en la transferencia de calor. Se presentan resultados a cerca de la transferencia de calor a través del número de Nusselt en los diferentes cilindros analizados. Se encuentra que para números de $Ri=2$ en donde la convección forzada predomina los cilindros elípticos tienen una mejor transferencia de calor, mientras que para $Ri=4$, cuando la convección natural es predominante, los cilindros rotatorios tienen un mejor desempeño. Por lo que es importante analizar qué tipo de variación se introducirá ya sea de rotación de cilindros o de aspectos geométricos según el fenómeno que se está estudiando.



Introducción

En este trabajo se propone un canal rectangular que en su interior tiene un cilindro en forma circular y un cilindro en forma de elipse, ambos se encuentran en un arreglo horizontal, con el objetivo de analizar la transferencia de calor en una configuración de este tipo. El canal tiene una entrada de flujo a una velocidad que se varió dependiendo el número de Reynolds y una temperatura de entrada, las paredes superior e inferior del canal son adiabáticas, la temperatura de las paredes de los cilindros se varió según el número de Richardson siendo la temperatura de las paredes siempre mayor a la temperatura de entrada del flujo al canal, el cilindro se estuvo rotando, dependiendo del número de Reynolds.

Objetivos

Analizar la transferencia de calor en la superficie de dos cilindros rotarios dentro de un recinto rectangular. Investigar la influencia que tiene la geometría de la superficie de los cilindros en la transferencia de calor

Justificación

El análisis de convección mixta en cilindros es estudiado ampliamente debido a las configuraciones de flujo que proporciona, así como, debido a las diversas aplicaciones de ingeniería que tiene tales como como intercambiadores de calor, enfriamiento de componentes electrónicos, torres de enfriamiento, tuberías de gas y aceite [1-5].

Cher Ming-Jyh et al. [2] asegura que mientras el estudio del flujo de un solo cilindro estacionario ha sido ampliamente estudiado, la investigación del flujo en un arreglo de un grupo de cilindros situados de lado a lado rápidamente está ganando importancia. Tal enfoque no ha sido limitado a simple fascinación, ya que ha adquirido un tono más serio, como resolver fallas frecuentes debido a la excesiva carga hidrodinámica sobre estas estructuras.

El-Maghlany Wael et al. [3] menciona que cilindros con diferentes formas de secciones transversales (circulares, elípticas, rectangulares, triangulares) son usados como el principal componente de intercambiadores de calor, reactores nucleares, y equipo térmico. Cilindros de forma circular tienen más aplicaciones y han sido intensivamente estudiados, mientras que cilindros elípticos han sido menos investigados. En el estudio de El-Maghlany Wael et al. [3] se encuentra que un cilindro en forma de elipse el promedio de número de Nusselt decrece con valores altos de Richardson ($Ri > 4$) en donde la convección natural predomina mientras que tiene un mejor promedio del número de Nusselt con números de ($Ri < 4$), que es cuando la convección forzada predomina, ya que es más efectiva que la convección natural. La geometría en cilindros para los casos de estudio de convección mixta y convección natural se convierte en un factor importante, ya que los resultados se ven ampliamente afectados según las diferentes configuraciones geométricas a las que se encuentren.

Hyun Woo Cho et al. [4] realizó una investigación para el fenómeno de convección natural, con un arreglo vertical de cilindros elípticos a los que fue modificando su aspecto de radio, con lo que obtuvo para ciertos aspectos de radio un estudio bajo estado estable, sin embargo, al cambiar los aspectos de radio se convirtió en un caso de estudio de estado transitorio.



Por lo que en este proyecto se presentan variaciones geométricas en un canal de flujo, así como la inducción de la rotación de un cilindro.

Metodología

Ecuaciones gobernantes

El flujo se analizó en dos dimensiones, estado estacionario, laminar e incompresible, se utilizaron las ecuaciones (1-4) de continuidad, momento y energía con propiedades termo físicas constantes, $Pr=0.71$ y la densidad con la aproximación de Boussinesq.

Continuidad

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad \text{Ec. (1)}$$

Momento

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \quad \text{Ec. (2)}$$

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \quad \text{Ec. (3)}$$

Ecuación de la energía

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \dot{q} \quad \text{Ec. (4)}$$

Para el análisis de convección mixta se obtuvo la velocidad de entrada del canal con la Ecuación (5). El número de Richardson es el número que define la importancia de la convección natural y forzada y se define como se muestra en la Ec. (6).

$$U = \frac{Re\mu}{\rho d} \quad \text{Ec. (5)}$$

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \quad \text{Ec. (6)}$$

En donde el número de Grashof se escribe como en la Ecuación (7).

$$Gr = \frac{gB(T_w - T_{in})d^3\rho^2}{\eta^2} \quad \text{Ec. (7)}$$

Para calcular el número de Nusselt se utilizó la Ec. (8).

$$Nu = \frac{hd}{k} \quad \text{Ec. (8)}$$



Condiciones de frontera

La validación del presente estudio se realizó en base a un caso que tiene dos cilindros en su interior de la misma figura geométrica, en donde se fue variando el espaciamiento entre los cilindros, S . [1]. Figura 1. En donde se obtuvieron resultados que se muestran las Figuras 2 y 3.

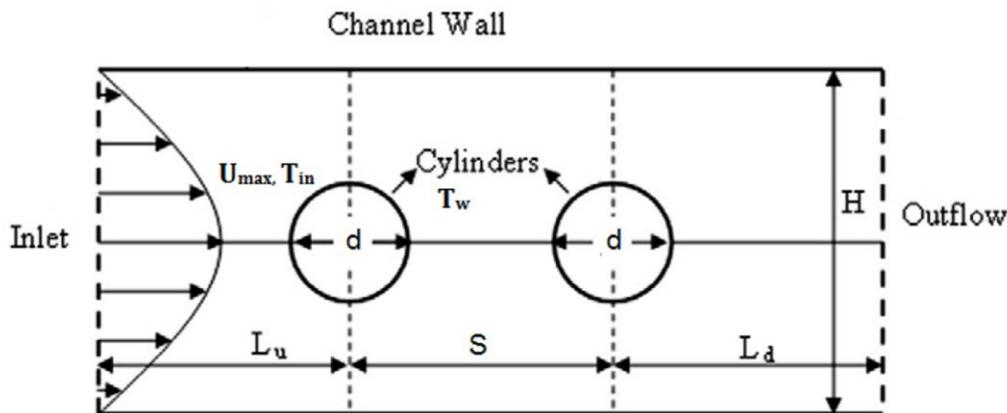


Figura 1. Esquema del caso de validación [1].

Se analizaron tres casos, para el estudio de este proyecto. Se realizaron variaciones al esquema presentado en la Figura 1. La distancia indicada en la Figura 1, como L_u es igual a $10 d$, el espacio entre el centro del cilindro y el centro del segundo cilindro S es igual a 3 veces el diámetro del cilindro circular, mientras que L_d es $20 d$. La altura del canal está definida por $\beta = d/H = 0.2$.

Para el primer caso se toma de referencia el esquema en la Figura 1, el primer cilindro fue rotado, con velocidad angular ω_1 en dirección en contra de las manecillas del reloj.

En el segundo caso, Figura 1, se rotaron los dos cilindros, con velocidad angular ω_1 y ω_2 . En dirección en contra de las manecillas del reloj.

El tercer caso tiene una configuración geométrica diferente al esquema de validación, Figura 1, ya que como segundo cilindro se agregó una elipse y los aspectos geométricos que se variaron fueron los ejes de la elipse a (eje mayor) y b (eje menor), para la configuración de elipse de tamaño chico, EC: $a = \frac{d}{4}$ y $b = \frac{d}{8}$, para la elipse de tamaño mediano, EM: $a = \frac{d}{2}$ y $b = \frac{d}{4}$, finalmente para la elipse de tamaño grande, EG: $a = d$ y $b = \frac{d}{2}$. También se rotó el cilindro circular a una velocidad angular ω_1 , en contra de las manecillas del reloj.

La temperatura de las paredes de los cilindros fue calentada y permaneció constante expresada con T_w .

Las temperaturas de las paredes superior e inferior permanecieron adiabáticas.

Para la salida de flujo se empleó una condición de simetría.

La velocidad de entrada del flujo se varió de acuerdo con el número de Reynolds, $Re=5$, $Re=10$, $Re=20$, $Re=30$ y $Re=40$, así como las velocidades angulares ω_1 y ω_2 . Se trabajó con el número de Richardson, $Ri=2$ y $Ri=4$.

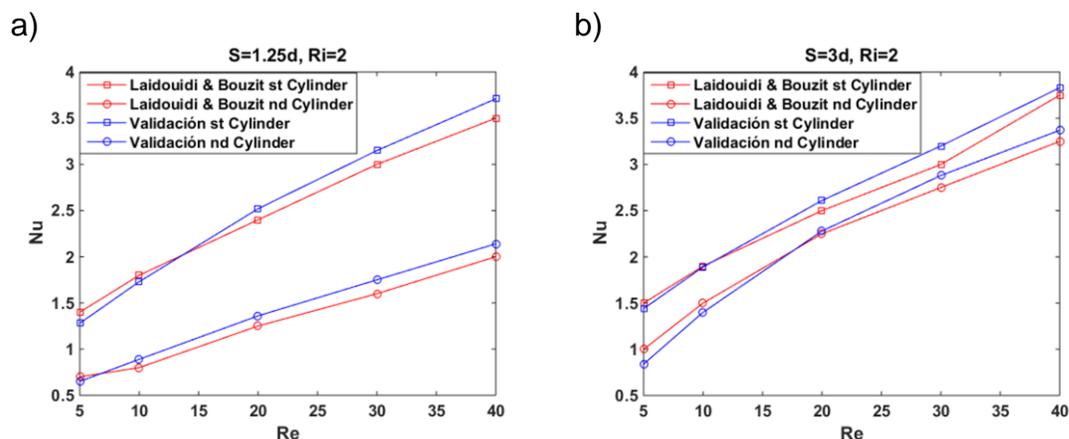


Figura 2. Comparación del número de Nusselt [1] y la validación ara un $Ri=2$, a diferente S. a) $1.25 d$, b) $3 d$.

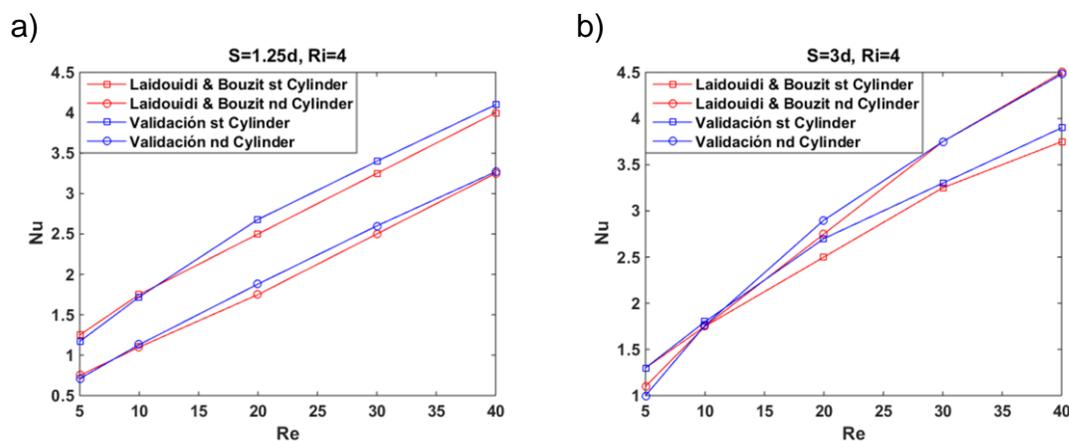


Figura 3. Comparación del número de Nusselt [1] y la validación para un $Ri=4$, a diferente S. a) $1.25 d$, b) $3 d$.

Resultados

Se muestran los resultados obtenidos de acuerdo con las diversas variantes en los casos, ya sea de rotación de cilindros o de aspectos geométricos. En la Figura 4 se muestran los números de Nusselt para una configuración de dos cilindros que tienen la misma geometría, un $Ri=2$ y se varió la velocidad angular. Se observa una mejor transferencia de calor en los segundos cilindros, ya que los cilindros que fueron rotados no mostraron ser mejores que el caso de validación, en cuanto a la transferencia de calor.

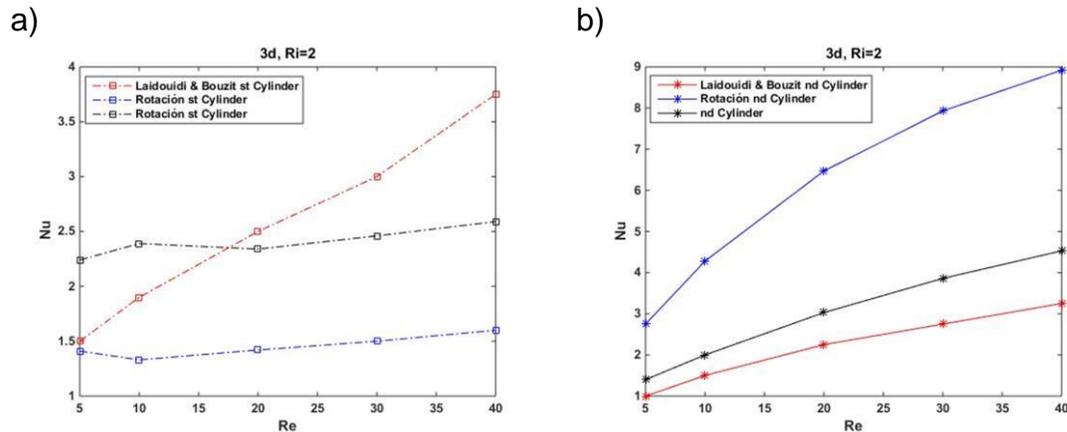


Figura 4. Números de Nusselt con la configuración de dos cilindros, para $Ri=2$.

a) Primer cilindro a la entrada del canal con rotación, b) segundo cilindro con rotación y sin rotación.

En la Figura 5. Se muestra la configuración de dos cilindros para un $Ri=4$, se apreció una mejor transferencia de calor en el caso de los cilindros que están rotando.

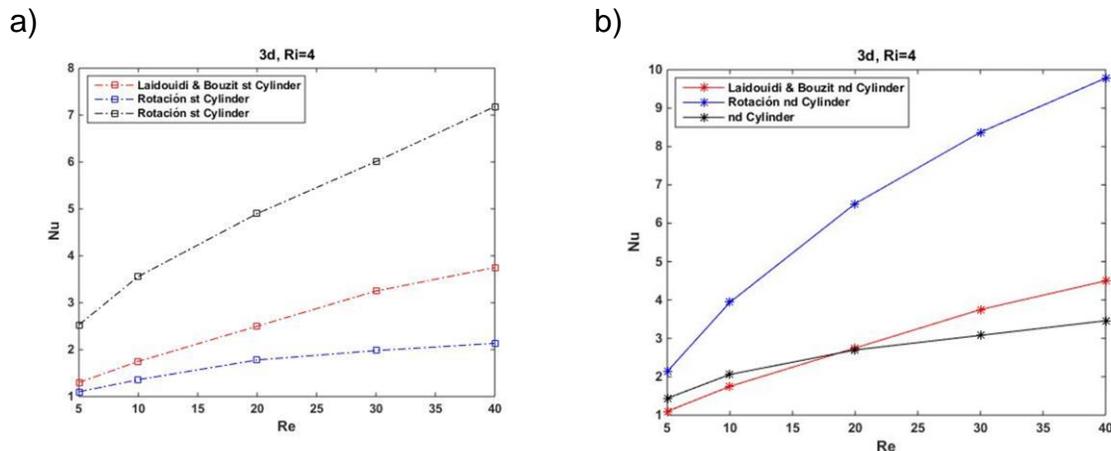


Figura 5. Números de Nusselt con la configuración de dos cilindros, para $Ri=4$.

a) Primer cilindro a la entrada del canal con rotación, b) segundo cilindro con rotación y sin rotación.

En las Figuras 6 y 7 se presentan los resultados de números de Nusselt para una configuración geométrica de cilindro y elipse con un $Ri=2$ y $Ri=4$, respectivamente. En la Figura 6 se visualiza que la rotación en el primer cilindro no es relevante de acuerdo con el caso de validación ya que los números de Nusselt quedaron por debajo de Laidouidi & Bouzlt [1]. Sin embargo, la elipse como segundo cilindro muestra mejores resultados para la transferencia de calor en comparación con los cilindros en rotación. En la Figura 7 los números de Nusselt que se muestran fueron resultado de un $Ri=4$, para este caso la transferencia de calor en los cilindros rotatorios mejoro notablemente en comparación con los resultados obtenidos por Laidouidi & Bouzlt [1], sin embargo, para el caso de las elipses como segundo cilindro solo la elipse grande, EG, obtuvo mejores resultados en la transferencia de calor.

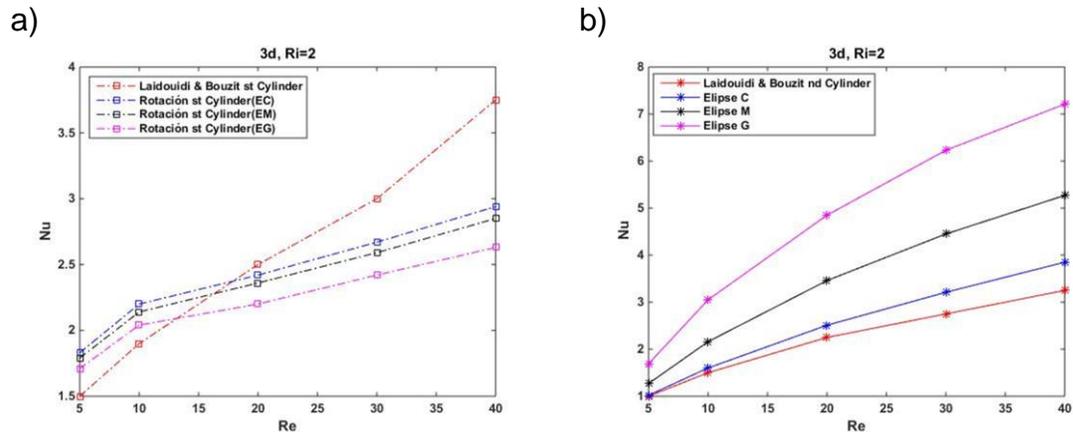


Figura 6. Números de Nusselt con la configuración de un cilindro y una elipse, para $Ri=2$. a) Primer cilindro a la entrada del canal con rotación, b) elipse (EC, EM y EG).

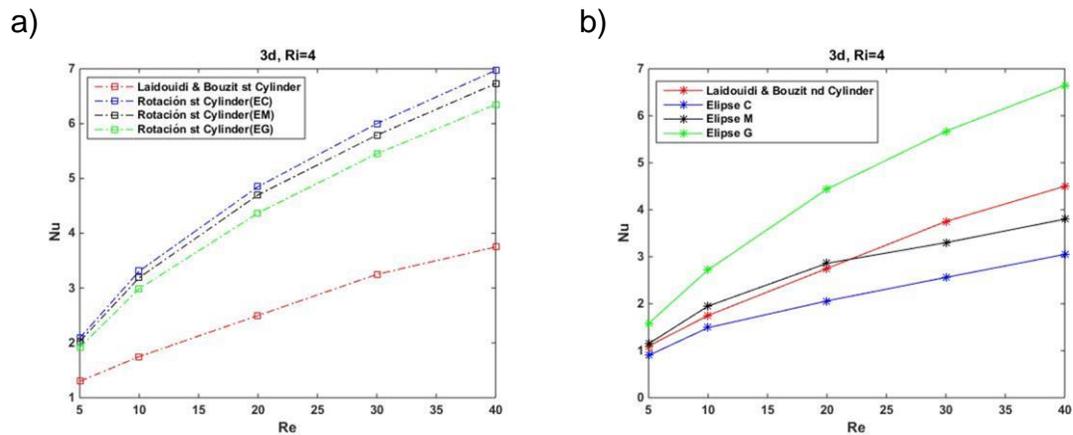


Figura 7. Números de Nusselt con la configuración de un cilindro y una elipse, para $Ri=4$. a) Primer cilindro a la entrada del canal con rotación, b) elipse (EC, EM y EG).

Conclusiones

El número de Nusselt aumento de manera proporcional con el número de Reynolds.

La rotación de los cilindros tiene mejor aplicación para un número de $Ri=4$, ya que para un $Ri=2$ no representa una mejora de acuerdo con el caso de validación.

El segundo cilindro en una configuración de dos cilindros iguales obtuvo mejor transferencia de calor para un $Ri=2$, ya que para un $Ri=2$, solo la configuración de ambos cilindros rotando se vio favorecida, por lo que la rotación se ve bien aplicada

Para una configuración en donde la elipse es el segundo cilindro en el canal el comportamiento de los cilindros se mantiene, ya que para $Ri=2$, la rotación no resulta una implementación que mejore la transferencia de calor, sin embargo



para $Ri=4$, la rotación mejora notablemente la transferencia de calor.

La elipse grande, EG, tiene mejor transferencia de calor debido a que tiene una mayor área, en comparación con las elipses EM y EC, sin embargo, de acuerdo con los cilindros queda por debajo de la transferencia de calor de éstos.

Los aspectos geométricos son muy importantes para este tipo de análisis, pero no garantizan la mejora total de la transferencia de calor, ya que como se observó en los resultados para una condición determinada, en este caso el número de Richardson, se mostró una transferencia deficiente en comparación con la que ya ha sido estudiada y con una geometría más sencilla. Mientras que una variación en la velocidad de un cilindro o de ambos tuvo buenos resultados en donde los aspectos geométricos no fueron relevantes. Por lo que para un estudio a cerca de convección mixta se pueden considerar cantidad de configuraciones tanto geométricas como condiciones de velocidad en las paredes de los elementos como en este caso la rotación de los cilindros.

Resulta importante destacar la importancia de un estudio de este tipo, dadas sus aplicaciones y la diversidad de configuraciones que se pueden estudiar con la finalidad de tener una mejor transferencia de calor, además de la pertinencia que representa para el campo actual de investigación en cuanto a la propuesta de diversas geometrías y condiciones de velocidad en las superficies, ya que durante años este tipo de estudios solo se enfocó a cilindros circulares y estáticos.

Referencias

- [1] Laidoudi, H., & M., B. (2017). *Mixed convection heat transfer from confined tandem circular cylinders in cross-flow at low Reynolds number*. *Mechanika*, 522-527. doi: <http://dx.doi.org/10.5755/j01.mech.23.4.15258>
- [2] Chern, M.-J., Purnadiana, F., Noor, D., Horng, T.-L., Chau, S.-W., & Odhiambo, E. (2015). *Numerical study of flow past two counter rotating cylinders using immersed boundary method*. *Journal of Marine Science and Technology*, 761-773. doi: 10.6119/JMST-015-0617-1
- [3] El-Maghlany, W. M., A., A. M., A., T. M., & M., S. M. (2018). *Experimental and numerical study of laminar mixed convection from a horizontal isothermal elliptic cylinder*. *International Journal of Thermal Sciences*, 116-127. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2018.04.018>
- [4] Cho, H. W., Ha, M. Y., & Park, Y. G. (2019). *Natural convection in a square enclosure with two hot inner cylinders, Part II: The effect of two elliptical cylinders with various aspect ratios in a vertical array*. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 962-973. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.02.048>
- [5] Cho, H. W., Park, Y. G., & Ha, M. Y. (2018). *The natural convection in a square enclosure with two hot inner cylinders, Part I: The effect of one elliptical cylinder with various aspect ratios in a vertical array*. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 815-827. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.04.141>