

DISEÑO DE PRÁCTICAS PARA LA UNIDAD DE APRENDIZAJE DE DINÁMICA DEL CUERPO RÍGIDO

Mauricio Arredondo Soto, José María Rico Martínez

Ingeniería mecatrónica, Universidad de Guanajuato Campus Irapuato-Salamanca | Dirección de correo electrónico: m.arredondosoto@ugto.mx

Departamento de ingeniería Mecánica, Universidad de Guanajuato Campus Irapuato-Salamanca | Dirección de correo electrónico: jrico@ugto.mx

Resumen

Esta contribución presenta un conjunto de prácticas para la unidad de aprendizaje, UDA, de Dinámica del Cuerpo Rígido. La contribución presenta las dificultades que se tuvieron que vencer para llevar a cabo el proyecto, indica al material: Manual de instalación, análisis teórico, práctica completa para referencia del maestro y práctica sin realizar para el alumno generado para cada una de las prácticas y finalmente presenta una discusión acerca de los resultados obtenidos.

Abstract

This contribution presents a set of laboratory practical experiments designed as support material for the learning unit, (UDA in Spanish), Dynamics of the Rigid Body. The contribution shows some of the difficulties to carry out the project, indicates the output for each one of the experiments: Installation manual, theoretical analysis, complete report for the professor and a guide for the student to complete, finally, the contribution presents a discussion about the obtained results.

Palabras Clave

Prácticas de Laboratorio, Segunda Ley de Newton, Momentos de Inercia, Movimiento Rotacional, Equipo de Laboratorio.

INTRODUCCIÓN

Una queja que consistentemente se escucha entre los alumnos de ingeniería es la falta de experiencias prácticas que permitan reforzar los conocimientos teóricos adquiridos en el salón de clase. Desafortunadamente, en esta era de internet y efectos especiales, es relativamente común que los alumnos asuman como reales animaciones y simulaciones que contradicen las leyes de la Física. Por otro lado, la discutible moda de las certificaciones, requiere que las instituciones de educación superior presenten evidencias de las actividades realizadas por los estudiantes. La unidad de aprendizaje de la Dinámica del Cuerpo Rígido, es especialmente retardadora para los estudiantes de ingeniería, quizás por deficiencias en sus conocimientos de matemáticas, falta de observación e intuición en los fenómenos naturales, en particular aquellos relacionados al movimiento de los cuerpos. La presente contribución pretende iniciar la solución parcial a estos problemas, mediante el desarrollo y prueba de un conjunto de prácticas de laboratorio. Estas prácticas emplean un equipo comprado bajo la recomendación expresa de un comité de certificación.

La referencia fundamental para esta contribución es un libro de Dinámica, por ejemplo, Beer et al, [1]. En la etapa inicial de este trabajo, se trató de iniciar con el experimento del Teorema de ejes paralelos, teorema de Steiner [2], pero se encontró que el resorte torsional del equipo que se debe emplear estaba totalmente oxidado, ya no se comportaba de manera lineal y se tuvo que abandonar. Durante el desarrollo de este proyecto, se realizaron prácticas acerca de la segunda Ley de Newton, [2], de momentos de inercia y aceleración angular en tres versiones, [3, 4, 5].

DESARROLLO DE LAS PRÁCTICAS.

En esta sección se indicarán los detalles del desarrollo de cada una de las prácticas. Incluyendo la instalación del equipo, el análisis teórico de la práctica y los resultados esperados. La referencia para la instalación del equipo y sus resultados son los documentos [3, 4, 5].

Segunda Ley de Newton: Aceleración

Una de las leyes fundamentales de la Dinámica es la segunda ley de Newton. Para verificar la validez de esta ley física es necesario instalar el equipo experimental mostrado en la IMAGEN 1, el equipo consta de un carrito que se desliza sobre un riel de aire y se mueve debido a la fuerza ejercida por pesas colocadas en un plato y conectadas al carrito mediante un hilo. El carrito soporta una bandera de 10 cm. de ancho que corta el paso de la luz emitida por los cuatro sensores fotoeléctricos conectados a un equipo de medición y distribuidos a lo largo del riel.



IMAGEN 1: Equipo experimental.

El análisis teórico del experimento revela que es muy importante conocer el valor exacto de la aceleración de la gravedad en el lugar donde se lleva a cabo el experimento. Este resultado se obtiene de la IMAGEN 2. Esta grafica permite obtener la aceleración de la gravedad como función de la latitud y la altitud del lugar deseado. En particular, para el caso específico de Salamanca, la aceleración de la gravedad es de 9.781 m/s^2 .

Para todas las prácticas se utilizó este valor de la aceleración de la gravedad encontrado mediante la gráfica de la IMAGEN 2.

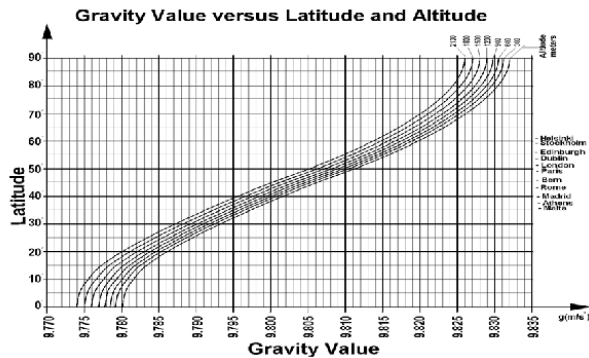


IMAGEN 2: Gravedad vs Latitud y Altitud

En la IMAGEN 3 se muestra un modelo físico del experimento.



IMAGEN 3: Modelo Físico del Experimento

La aceleración de este sistema está dada por la ecuación (1).

$$a = \frac{mg}{M + m} \quad (1)$$

En el experimento reportado, la masa del carrito es de $M=210.1$ gr., la masa del plato y pesas es de $m=159.2$ gr. la aceleración teórica del carrito es de $a=4.2164$ m/s². Los sensores se colocan a 20, 40, 60 y 80 cm. De la posición inicial de la bandera colocada sobre el carrito y experimentalmente se determina el tiempo que tarda la bandera en llegar a obstruir el haz de luz de los fotosensores.

Los resultados teóricos y experimentales, para tres experimentos se muestran en la TABLA 1.

TABLA 1: Resultados Teóricos y Experimentales

Distancia metros	Resultado Teórico segundos	Resultado Experi. 1 segundos	Resultado Experi. 2 segundos	Resultado Experi. 3 segundos	Porcentaje Error Exp. 1	Porcentaje Error Exp. 2	Porcentaje Error Exp. 3
0.2	0.30800	0.315	0.315	0.316	2.2222	2.2222	2.5316
0.4	0.43558	0.451	0.450	0.451	3.4190	3.2044	3.4190
0.6	0.53347	0.554	0.554	0.554	3.7057	3.7057	3.7057
0.8	0.61600	0.641	0.641	0.641	3.9001	3.9001	3.9001

Se observa que los resultados experimentales tienen un porcentaje de error bastante pequeño, siempre menor a 4%. La IMAGEN 4 muestra una comparación entre los resultados teóricos y los resultados experimentales obtenidos en el segundo experimento. Una razón evidente para la diferencia entre ambas parábolas es la fricción que no se pudo eliminar por completo.

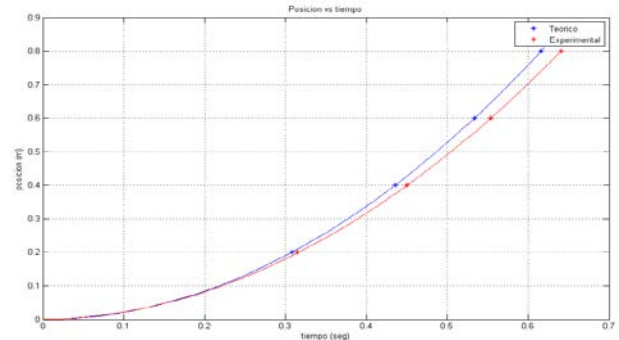


IMAGEN 4: Comparación Gráfica Entre los Resultados Teóricos y los Experimentales

Segunda Ley de Newton: Velocidad

El mismo equipo experimental, permite realizar una segunda verificación de la segunda ley de Newton. La IMAGEN 5 muestra otra vista de la instalación del equipo. En esta vista puede apreciarse mejor la bandera colocada sobre el carrito y el ventilador que produce el cojín de aire sobre el riel.



IMAGEN 5: Otra Vista del Equipo Experimental

Sin embargo, en este caso el objetivo es determinar la velocidad con la que pasa el carrito, para cada fotosensor, colocados en las mismas posiciones que en el primer experimento.

Para este experimento, la masa del carrito es de $M=250.5$ gr., la masa del plato y pesas es de

$m=159.2$ gr., la aceleración teórica del carrito calculada con la ecuación (1) es de $a=3.8006$ m/s². En este modo, los sensores miden el tiempo que tarda en pasar la aleta del carrito por cada uno de ellos. La TABLA 2 muestra los resultados teóricos y experimentales, para dos experimentos.

TABLA 2: Resultados Teóricos y Experimentales

Distancia metros	Velocidades Teóricas m/s	Tiempos Experi. 1 segundos	Tiempos Experi. 2 segundos	Velocidades Experi. 1 m/s	Velocidades Experi. 2 m/s	Porcentaje Error Exp. 1	Porcentaje Error Exp. 2
0.2	1.2329	0.075	0.076	1.3333	1.3157	7.5301	6.2932
0.4	1.7436	0.057	0.057	1.7543	1.7543	0.6099	0.6099
0.6	2.1355	0.047	0.048	2.1276	2.0833	-0.3713	-2.5056
0.8	2.4659	0.041	0.040	2.4390	2.5	1.1029	1.364

Se observa que los resultados experimentales tienen un porcentaje de error bastante razonable, que empieza en 7% para el primer sensor y luego baja hasta errores no mayores al 2% para los demás sensores, esto debido al pequeño retraso al iniciar el experimento y que la velocidad experimental no es instantánea. La IMAGEN 6 muestra una comparación entre los resultados teóricos y los resultados experimentales obtenidos en el primer experimento.

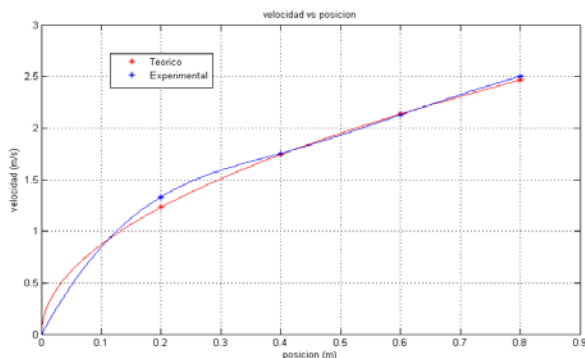


IMAGEN 6: Comparación Gráfica Entre los Resultados Teóricos y los Experimentales

Momento de Inercia con una Barra Principal y Pesas Colocadas en la Barra

Uno de los conceptos más difíciles de asimilar para los alumnos que cursan dinámica del cuerpo rígido es la inercia de cuerpos, y frecuentemente los alumnos tienen que confiar ciegamente en las fórmulas para calcular el momento de inercia de algunos cuerpos. En esta práctica se comprobará experimentalmente el momento inercia de dos de

los cuerpos más importantes que se estudian en Dinámica del cuerpo rígido, como son: una barra rígida, masas puntuales estos cuerpos rotan alrededor de un eje fijo centroidal. El equipo experimental se muestra en la IMAGEN 7, y consta de una barra a la que se pueden añadir platos portapesas. La barra gira sobre un cojinete de aire y se mueve debido a la fuerza ejercida por pesas colocadas en un plato y conectadas a una polea conectada al centro de la barra mediante un hilo. La barra soporta una bandera que subtiende un ángulo de 15° en uno de sus extremos, que corta el paso de la luz emitida por el sensor fotoeléctrico colocado al otro extremo de la barra.



IMAGEN 7: Equipo Experimental

La IMAGEN 8 muestra un modelo físico del experimento

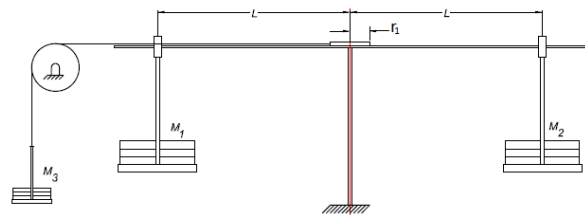


IMAGEN 8: Modelo físico

La inercia del cuerpo está dada por la ecuación (2).

$$I_c = M_3 \left(\frac{gr_1}{\alpha} - r_1^2 \right) \quad (2)$$

En el experimento reportado, la masa de la barra es de $M=155.2$ gr, la longitud de la barra es de $L=714$ cm, su momento de inercia con respecto a su centro calculado con la formula $I_c = \frac{1}{12}ml^2$ es de $I_c = 6.5933 \times 10^{-3} kg \, m^2$, además la masa del

plato y pesas es de $M_3 = 109.7\text{gr}$ y el fotosensor se coloca a 172.5° del inicio de la bandera que está en un extremo de la barra y experimentalmente se determina el tiempo que tarda la barra en girar esta cantidad de grados. Los resultados teóricos y experimentales, para tres experimentos se muestran en la TABLA 3.

TABLA 3: Resultados Teóricos y Experimentales

Numero de experimento	I_{CB} teórico $\text{kg} - \text{m}^2$	Resultados experimentales segundos	Aceleración angular α rad/s^2	I_{CB} experimental $\text{kg} - \text{m}^2$	Porcentaje error %
1	6.59336×10^{-3}	1.577	2.4212	6.62266×10^{-3}	0.4423
2	6.59336×10^{-3}	1.593	2.3728	6.67582×10^{-3}	2.4395
3	6.59336×10^{-3}	1.588	2.3877	6.71571×10^{-3}	1.8219

Se observa que los resultados experimentales tienen un porcentaje de error menor al 3%.

Posteriormente se le agregan dos platos portapesas de 50gr a cada extremo de la barra a una distancia de 20cm medidos desde el centro de esta y se calcula la inercia de estos pesos extra como si fueran masas puntuales mediante la formula $I_c = 2(MR^2)$ luego, a cada plato se le agregan 20gr extra y se repite el experimento, esto se realiza tres veces hasta que cada plato tenga 60gr extra. La IMAGEN 9 muestra una comparación entre los resultados teóricos y los resultados experimentales obtenidos para cada aumento de masa. Una razón evidente para la diferencia entre ambas rectas es la fricción que no se pudo eliminar por completo.

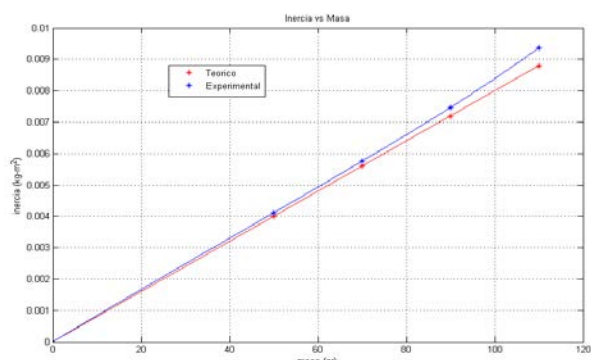


IMAGEN 9: Comparación Gráfica Entre los Resultados Teóricos y los Experimentales

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Durante el desarrollo de este proyecto, se diseñaron y se llevaron a cabo cuatro prácticas

relacionadas con la dinámica de cuerpos rígidos. Para los autores fue bastante frustrante encontrarse con equipos que no estaban adecuadamente diseñados o manuales con instrucciones incorrectas. Probablemente, esta situación represente una interesante área de oportunidad para el desarrollo de equipos más económicos pero de calidad elaborados en el país.

CONCLUSIONES

La presente contribución presentó el desarrollo y prueba de un conjunto de prácticas de laboratorio para la unidad de aprendizaje de Dinámica del Cuerpo Rígido. Los autores esperan que esta contribución sea el inicio de un esfuerzo continuo para mejorar la enseñanza de la ingeniería en la División de Ingenierías, del Campus Irapuato-Salamanca de la Universidad de Guanajuato.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al M.I. Ricardo Martínez Martínez, responsable del Laboratorio de Física, su paciencia y colaboración. Para todos los efectos prácticos él también debe ser considerado como coautor de esta contribución.

REFERENCIAS

- [1] Beer, F.P., Johnston, E.R. Jr, Mazurek, D.F., Cornwell, P.J. y Eisenberg, E.R. (2009). Vector Mechanics for Engineers: Statics and Dynamics (9nd ed.) New York: McGraw Hill.
- [2] von Alvensleben, ?. (1998) Parallel axis theorem / Steiner's theorem, Documento LEP 1.3.28, PHYWE SYSTEME GMBH & Co., Gottingen.
- [3] Anónimo, (2008) Newton's 2nd Law/Air Track, Documento LEP 1.3.03-01/05, PHYWE SYSTEME GMBH & Co., Gottingen.
- [4] Anónimo, (2008) Moment of inertia and angular acceleration, Documento LEP 1.3.13-01, PHYWE SYSTEME GMBH & Co., Gottingen.
- [5] Anónimo, (2008) Moment of inertia and angular acceleration, Documento LEP 1.3.13-05, PHYWE SYSTEME GMBH & Co., Gottingen.