

ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS PIEZOELECTRICAS UTILIZANDO EL MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO

Güiza Pineda, Ruben Dario (1), Gutiérrez Rivera, Miguel Ernesto (2)

1 [Ingeniería Mecánica, Universidad Industrial de Santander-UIS, Bucaramanga, Colombia] | [rdguiza@gmail.com]

2 [Departamento de Ingeniería Mecánica, División de ingenierías, Campus Irapuato - Salamanca, Universidad de Guanajuato] | [miguel.gutierrez@ugto.mx]

Resumen

En el presente trabajo se realiza un análisis del comportamiento de estructuras hechas con materiales piezoeléctricos, en donde se analiza el comportamiento de dichas estructuras al ser sometidas a cargas mecánicas y/o eléctricas. Primero se realiza un estudio bibliográfico del fenómeno piezoeléctrico, a fin de describir dicho fenómeno y predecir la respuesta, de una geometría sencilla, de manera analítica. Posteriormente se reproducen los resultados analíticos y se realiza la validación del modelo de elemento finito en el programa ANSYS®. A continuación, se proponen algunas geometrías más complejas, las cuales son desarrolladas e implementadas en el programa de elemento finito ANSYS®. Finalmente, se obtienen los valores de deformación y algunos otros valores de interés para estas estructuras, constituidas de material piezoeléctrico, al ser sometidas a cargas mecánicas y/o eléctricas.

Abstract

In the present work an analysis of the behavior of structures made with piezoelectric materials is carried out, where the behavior of these structures subjected to mechanical and/or electrical loads is analyzed. First, a bibliographical study of the piezoelectric phenomenon is carried out, in which the piezoelectric phenomenon is described, and its behavior is predicted for a simple geometry in an analytical way. Later, the analytical results are reproduced, and the validation of a finite element model is carried out in the program ANSYS®. After that, some more complex geometries are proposed, which are developed and implemented in the finite element program ANSYS®. Finally, the deformation and some other values of interest for these structures constituted of piezoelectric material, subjected to mechanical and/or electrical loads, are obtained.

Palabras Clave

Material piezoeléctrico; deformaciones; elemento finito

INTRODUCCIÓN

Materiales piezoeléctricos

Un material piezoeléctrico es aquel que al ser sometido a una carga mecánica produce un campo eléctrico y cuando es sometido a un campo eléctrico produce una deformación mecánica. Es decir, un material piezoeléctrico es aquel que tiene la capacidad de producir energía mecánica mediante energía eléctrica y viceversa.

Entre los materiales piezoeléctricos más comunes se encuentran el cuarzo, el rubidio y algunas cerámicas, entre otros. Varios trabajos realizan estudios donde se enumeran diferentes materiales piezoeléctricos y sus propiedades (ver por ejemplo referencia [1]), de las cuales es importante resaltar su comportamiento ortotrópico. Actualmente también es una práctica común la combinación de materiales para la obtención de mejores propiedades y el aprovechamiento del efecto piezoeléctrico [2].

Los materiales piezoeléctricos son utilizados en muchas ramas de la industria, la ingeniería y la medicina como sensores y/o actuadores, en aplicaciones ópticas, de precisión, microelectrónica, control de vibraciones, entre muchas otras, tal como se puede ver en las referencias [3, 4, 5, 6]. Su estudio toma importancia debido a la gran cantidad de aplicaciones que tienen, por lo cual es primordial predecir el comportamiento de estos materiales al estar sometidos a cargas mecánicas y/o eléctricas.

Ecuaciones constitutivas

Como se menciona en la referencia [7], los esfuerzos (S) y las deformaciones piezoeléctricas (\bar{D}) se derivan de la función potencial piezoeléctrico φ mediante:

$$S = \frac{\partial \rho \varphi}{\partial E} \quad (1)$$

$$-\bar{D} = \frac{\partial \rho \varphi}{\partial \bar{E}} \quad (2)$$

Al hacer esto, las ecuaciones constitutivas se reducen a:

$$\begin{bmatrix} S \\ -\bar{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & -e^T \\ -e & -\varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ \bar{E} \end{bmatrix} \quad (3)$$

donde e representa las constantes piezoeléctricas, ε las constantes dieléctricas, C el tensor de elasticidad, E las deformaciones y \bar{E} el campo eléctrico.

En este trabajo se lleva a cabo un análisis para estructuras compuestas por materiales piezoeléctricos con el fin de predecir su comportamiento. Los modelos son desarrollados e implementados en el programa comercial de elemento finito ANSYS®. Finalmente, se obtienen los valores de deformación y algunos otros valores de interés para estas estructuras, al ser sometidas a cargas mecánicas y/o eléctricas.

MATERIALES Y MÉTODOS

Este trabajo abarca la determinación del comportamiento de estructuras compuestas por materiales piezoeléctricos. Para llevar a cabo el trabajo se realiza la identificación del objetivo, recolección de datos, diseño y construcción del modelo, validación y verificación, simulaciones y análisis de los resultados.

Modelo de validación

Con el fin de llevar a cabo la validación se analiza el modelo propuesto en la Imagen 1, una viga en voladizo sujeta a cargas concentradas en su extremo libre y conectada a tierra en la parte inferior ($V = 0$).

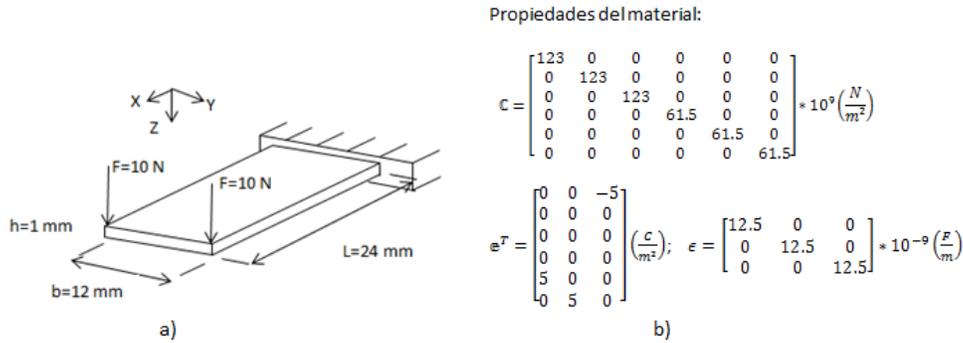


IMAGEN 1: Modelo propuesto para validación; a) Modelo, b) Propiedades del material.

Solución analítica

Desarrollando la solución analítica se encuentra que el desplazamiento en la dirección z, debido a la fuerza aplicada en el extremo, está dado por:

$$u_z = \frac{Fz}{I_y D_1} \left(Lx - \frac{1}{2} x^2 \right) \quad (4) \quad D_1 = E_m + \frac{e_{13}^2}{e_{33}} \quad (5)$$

donde I_y es el momento de inercia y E_m el módulo de elasticidad del material.

Estructura bi-material

A continuación, se propone un nuevo modelo que consta de una estructura compuesta por dos materiales en voladizo, como se ve en la Imagen 2, donde las láminas están perfectamente unidas. En la unión el voltaje es cero y se aplica un campo eléctrico de 10 V/mm en las superficies superior e inferior. Para este estudio se varía el espesor de la segunda lamina (h_2) y se presentan los resultados.

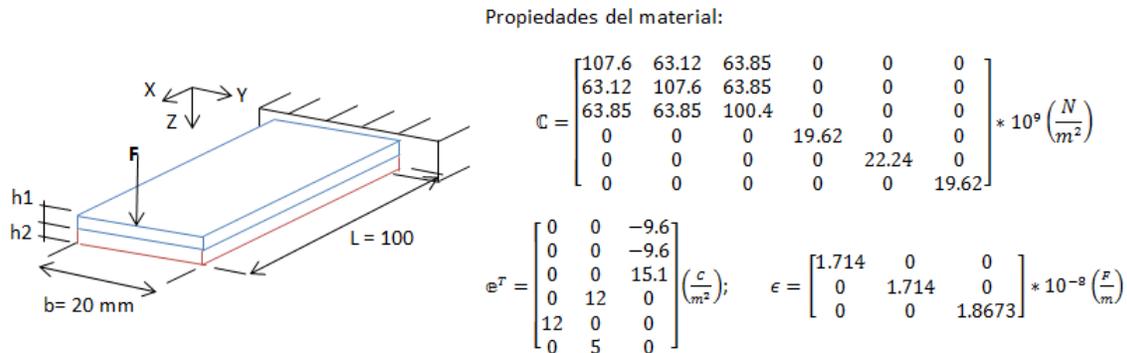


IMAGEN 2: Estructura compuesta por dos PZTs.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Validación del modelo

La Tabla 1 muestra los resultados para la validación del método, se muestra la solución analítica y la solución numérica y se comparan con los resultados disponibles en la bibliografía, con muy similares resultados para el desplazamiento y pequeñas diferencia en el potencial eléctrico.

Tabla 1: Resultados para validación del modelo.

Parámetro	Solución analítica	Solución numérica	Legner, Klinkel y Wagner [7]
Desplazamiento u_z , * 10^{-4} m	7.3804	7.380	7.3653
Potencial Eléctrico (superficie superior), V	-	7.472	8.177

Estructura bi-material

La Tabla 2 muestra los resultados de una estructura bi-material empotrada, al ser sometida a una carga eléctrica de 10 V/mm, para diferentes espesores de lámina h_2 . La superficie intermedia se mantiene a 0 V, mientras que en las superficies superior e inferior se aplica un potencial eléctrico que garantiza un campo eléctrico de 10 V/mm a través del espesor. Los resultados muestran estar cerca de los reportados en [8].

Tabla 2: Deflexión en la punta de la viga compuesta, bajo la acción de cargas eléctricas (10 V/mm).

Espesores h_1, h_2 (mm)	Deflexión en la punta de la viga (* 10^{-6} m)	
	Presente Estudio	Balamurugan y Narayanan [8]
1.0, 0.1	7.799	7.88
1.0, 1.0	15.08	15.29
1.0, 10	0.810	0.766

En la Tabla 3 se observan los resultados para la deflexión en la punta de la viga al aplicar cargas eléctricas y mecánicas para la estructura bi-material bajo las mismas condiciones de contorno anteriormente mencionadas, con espesores $h_1 = h_2 = 1$ mm.

Tabla 3: Deflexión en la punta de la viga compuesta, bajo la acción de cargas eléctricas.

Carga Mecánica (N)	Carga Eléctrica (V/mm)	Deflexión (* 10^{-5} m)
0.1	0	3.624
0.1	5	3.176
0.1	10	2.422
0.1	20	0.914
0.5	0	18.12
0.5	5	18.89
0.5	10	18.14
0.5	20	16.63

CONCLUSIONES

Se logró la validación del método debido a la cercanía entre los resultados analítico y numérico, los cuales también son cercanos a los reportados en la bibliografía disponible.

Los resultados muestran que para una estructura piezoeléctrica bi-material empotrada existe una relación entre la diferencia de espesores y el desplazamiento producido. Entre mayor sea la diferencia de espesor el desplazamiento producido por el campo eléctrico disminuye; de esta manera se pueden conformar geometrías óptimas de acuerdo con un comportamiento deseado. Se concluye además que desplazamientos inducidos por cargas mecánicas en estructuras piezoeléctricas pueden ser reducidos y controlados al aplicar un potencial eléctrico sobre la misma.

AGRADECIMIENTOS

Primeramente, a Dios por haberme permitido tener esta experiencia. A mis padres por su apoyo. A la Universidad de Guanajuato por la oportunidad de realizar una investigación. Al Ph.D. Miguel Ernesto Gutiérrez Rivera quien dirigió esta investigación y aportó su asesoría durante el desarrollo de ésta.

REFERENCIAS

- [1] Jiménez, B. (1995). Materiales piezoeléctricos: formas de presentación , ventajas y desventajas en las aplicaciones. Boletín de la Sociedad Española de Cerámica y Vidrio, 276(34), pp. 272–276.
- [2] Smith, W. A. and Shaulov, A. A. (1988). Composite piezoelectrics: Basic research to a practical device. Ferroelectrics. Taylor & Francis Group , 87(1), pp. 309–320. doi: 10.1080/00150198808201393.
- [3] Rodríguez, M. C., Garza, F. J. E. and Introducción, I. (2000) 'Actuadores piezoeléctricos', III(6), pp. 22–28.
- [4] Bauer, S. and Bauer, F. (no date). Piezoelectric Polymers and Their Applications. in *Piezoelectricity*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, pp. 157–177. doi: 10.1007/978-3-540-68683-5_6.
- [5] Arnold, S., Pertsch, P. and Spanner, K. (no date). Piezoelectric Positioning. in *Piezoelectricity*, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, pp. 279–297. doi: 10.1007/978-3-540-68683-5_12.
- [6] Olmos, H. (2015). Materiales Piezoeléctricos y elementos Piezotrónicos. *Naturaleza y Tecnología*, 1(8). Available at: <http://quimica.ugto.mx/index.php/nyt/article/view/253/134> (Accessed: 20 June 2018).
- [7] Legner, D., Klinkel, S. and Wagner, W. (2013). An advanced finite element formulation for piezoelectric shell structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. Wiley-Blackwell, 95(11), pp. 901–927. doi: 10.1002/nme.4521.
- [8] Balamurugan, V. and Narayanan, S. (2008). A piezolaminated composite degenerated shell finite element for active control of structures with distributed piezosensors and actuators. *Smart Materials and Structures*, 17(3). doi: 10.1088/0964-1726/17/3/035031.