

# MODELADO DE PROPIEDADES ELÁSTICAS EFECTIVAS DE MATERIALES POROSOS

D. A. Rodríguez-González (1), A. Hernández-Pérez (2)

1 [Facultad de Ingeniería Mecánica, División de Ingenierías, Universidad Santo Tomas Bogotá] | [Dirección de correo electrónico: [danielarodriguezg@usantotomas.edu.co]

2 [Departamento de Ing. Mecánica, División de Ingenierías, Campus Irapuato-Salamanca, Universidad de Guanajuato] | [Dirección de correo electrónico: [adrian.hernandez@ugto.mx]

## Resumen

En el presente artículo se presenta el estudio de las propiedades elásticas efectivas de un material poroso el cual tiene una geometría establecida con dimensiones de 10 cm de ancho y 6 cm de alto presentándose en tres casos, placa sin agujero, placa con agujero en el centro de la placa variando diámetro de 1 cm a 4 cm y placa con agujero variando la posición; desarrollado con el método de elementos finitos mediante la herramienta computacional ANSYS 11.0, donde se establecen condiciones de frontera con las cuales los casos anteriormente mencionados estén sometidos a tensión. Como resultado se espera comparar resultados obtenidos con ANSYS 11.0 y analíticos para validar el estudio, ya que no existe un modelo matemático para el Módulo Efectivo Elástico, se inicia calculando los errores obtenidos mediante el cálculo del factor de concentración de esfuerzo  $K_t$  para el caso dos obteniendo como resultado un error promedio del método de elemento finito de 20.34%. Con lo anterior, se puede concluir que es un método aceptable con el cual se pueden obtener resultados óptimos del Módulo elástico Efectivo dónde en el caso dos se obtiene un comportamiento polinómico de grado dos y en el caso tres se obtiene un comportamiento lineal.

## Abstract

In the present article we present the study of the effective elastic properties of a porous material that has an established geometry with dimensions of 10 cm wide and 6 cm high occurring in three cases, plate without hole, plate with hole in the center of the plate of variable diameter from 1 cm to 4 cm and plate with hole varying the position; developed with the finite element method using the ANSYS 11.0 computational tool, where the boundary with the cases was defined. As a result, it is expected to compare results with ANSYS 11.0 and analytical to validate the study, that there is no mathematical model for the Effective Elastic Module, it starts by calculating the errors for the calculation of the stress concentration factor  $K_t$  for case two, obtaining as a result an average error of the finite element method of 20.34%. With the above, it can be concluded that it is an acceptable method with which you can obtain optimal results from the elastic module. Effective in the case that it is a polynomial behavior of degree and in case three a linear behavior is obtained.

## Palabras Clave

Mecánica de Fractura; Tensión; Elemento finito; Módulo de Young; Razón de Poisson

## INTRODUCCIÓN

La fractura es un fenómeno de falla en una pieza o material que aparece con la formación y propagación de grietas, donde las propiedades del material llegan a su límite presentándose una ruptura, lo cual quiere decir que: “La fractura no puede ocurrir a menos que el esfuerzo en el nivel atómico excede la fuerza cohesiva del material” [1]. Teniendo en cuenta que este tipo de falla se presentan por las fuerzas con las que están sometidas este tipo piezas lo que es muy común como en uniones estructurales como en puentes, maquinas entre otros dispositivos, incluso en materiales porosos donde sus propiedades dependen principalmente de su porosidad, su morfología de los poros, el tamaño de los poros y la distribución del tamaño de los poros, los cuales son factores determinantes para considerar las diferentes aplicaciones del material como lo son tratamiento del agua, materiales de aislamiento, absorción de sonido, almacenamiento de hidrogeno, entre otras [2][3][4][5][6]. Por lo anterior se puede resaltar que el estudio de fractura y la predicción de fracturas por medio de herramientas computacionales tienen una gran importancia, ya que a la hora de diseñar permite predecir el comportamiento de una pieza al momento de ser implementada, con el fin de visualizar los lugares críticos de falla y como diseñador tomar la decisión para que tenga un mayor tiempo de vida útil, lo cual permite menor pérdida de tiempo y dinero.

La mecánica de fractura tiene como objetivo estudiar la propagación de grietas y la dificultad está en la predicción de estas, ya que depende de tres factores que son las propiedades del material, los factores geométricos y de cargas. Por lo cual, para llevar a cabo el estudio de mecánica de fractura se debe tener una pieza sometida bajo una condición de carga que puede ser a tensión o compresión y debe tener una geometría específica, ya que siempre el comportamiento va a variar y a depender de esto, entonces, “Los esfuerzos cerca de los puntos de aplicación de cargas concentradas pueden alcanzar valores mucho más grandes que el valor promedio del esfuerzo en el elemento. Cuando un elemento estructural contiene una discontinuidad, como un agujero o un cambio repentino en su sección transversal, también puede ocurrir grandes esfuerzos localizados cerca de la discontinuidad” [7].

Para realizar pruebas experimentales de la teoría anteriormente descrita, el señor Griffith realizó un análisis de esfuerzos en una placa con un agujero elíptico, donde se observó una conexión cuantitativa entre la tensión de fractura y el tamaño del defecto. Con este estudio, Griffith logró desarrollar la teoría de fractura basado en la primera ley de la termodinámica con el fin de describir el fenómeno mediante un balance de energía. Lo anterior, inicialmente se realizó con muestras de vidrio y hasta 1948 se pudo aplicar en metales. De igual forma el efecto de concentración de esfuerzos en los defectos es aproximadamente  $E/\pi$ , donde  $E$  es el módulo de elasticidad, teniendo en cuenta que el módulo de Young no se puede medir o calcular de forma analítica. Lo cual conlleva a la primera evidencia cuantitativa para el efecto de concentración de esfuerzo de los defectos proporcionada por Inglis, quien analizó los agujeros elípticos en placas planas con lo El ancho del agujero debe ser mayor a dos veces el largo de la placa.

1. El alto del agujero debe ser mayor a dos veces el ancho de la placa.

Esto es definido ya que solo depende de los parámetros geométricos definidos, es decir, de la razón que existe entre las dimensiones de la placa con las del agujero. Además de esto, los esfuerzos tienen una distribución en dicha sección, ya que con estas geometrías se crean concentradores de esfuerzo por lo cual, el objetivo principal en estos casos es determinar si el esfuerzo permisible será excedido bajo una carga dada, y no dónde se excederá este valor [7]. Por esa razón, el esfuerzo máximo es:

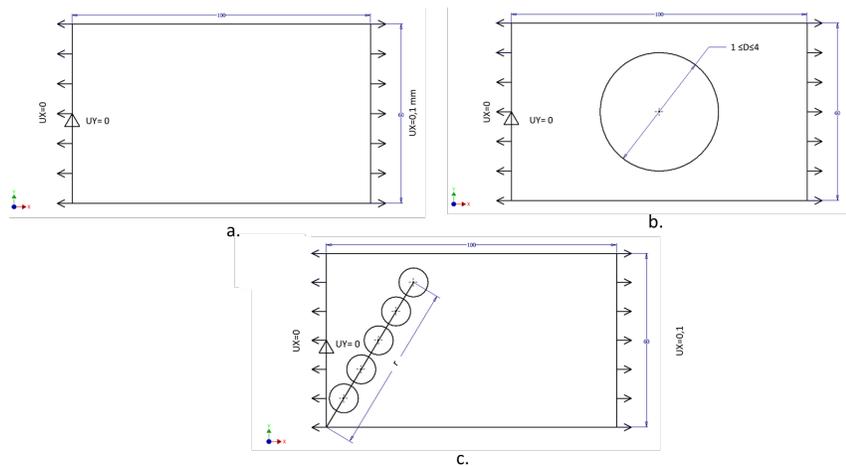
$$\sigma_{m\acute{a}x} = \sigma \left( 1 + \frac{2a}{b} \right)$$

Donde,  $\sigma_{m\acute{a}x}/\sigma$  define el factor de concentración de esfuerzo  $K_t$ , siendo el subíndice  $t$  el símbolo para decir que este coeficiente solo depende de la geometría. Con lo que se puede inferir que el material particular que se esté empleando no tiene efecto en el valor  $K_t$  y por esta razón se llama factor teórico de concentración de esfuerzos [8].

## MATERIALES Y MÉTODOS

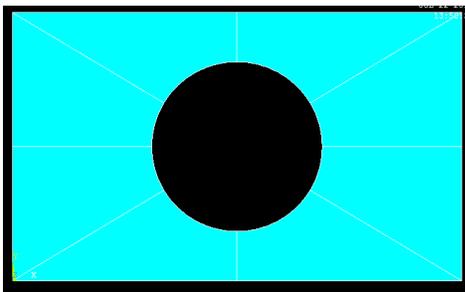
Mediante el método de Elementos Finitos se realiza un estudio un material poroso caracterizado con un módulo de elasticidad  $E=70$  GPa, razón de Poisson de 0.3 y con unas dimensiones de 10 cm de ancho y 6 cm de alto en diferentes casos como es solo la placa, con agujeros en el centro de diferentes diámetros dados en un rango de 1 cm hasta 4 cm y un agujero con un diámetro de 1 cm variando la posición. Lo anterior, se llevará en modelos 2D al software Ansys 11.0, donde se realiza un análisis y comparaciones del módulo elástico efectivo (E), razón de Poisson y el factor de concentración ( $K_t$ ).

Para todos los modelos se seleccionó un elemento SOLID185, que está definido por cuatro nodos con dos grados de libertad, los cuales tienen una capacidad de simular deformaciones en materiales elastoplásticos casi incompresibles y materiales hiperelásticos totalmente incompresibles[9]. Lo anterior, es primordial para definir la malla y para esto también se estableció q el ancho de cada elemento es de 0.5 mm, de igual forma se debe establecer condiciones de frontera que en este caso se carga las placas con desplazamientos a un lados con el fin de tener la placa tensión con desplazamiento en uno de ellos X igual a cero ( $UX=0$ ), un desplazamiento en e igual a cero en la coordenadas (0,3) y al otro lado un desplazamiento del 0.1% del ancho de la placa es decir ( $UX= 100 \text{ mm} * 10\% =0.1 \text{ mm}$ ).

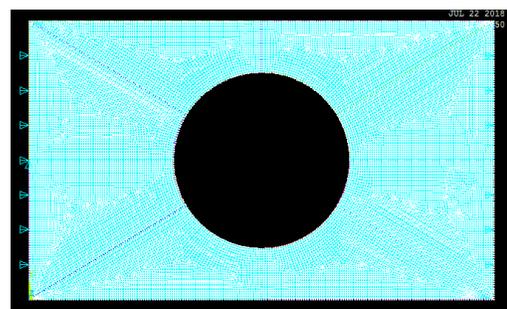


**IMAGEN 1:** a) Caso 1: Placa a tensión. b) Caso 2. Placa a tensión con agujero con  $10 \leq D \leq 40$  mm en centro de la placa. c) Caso 3. Placa a tensión con agujero  $D=10$  mm, variando posición.

En el caso 2, se estable una geometría donde se más eficiente la creación de malla con lo que se busca conservar los elementos conformados por 4 nodos y cuadriláteros, como se muestra a continuación en la Imagen 2 y 3.



**IMAGEN 2:** Geometría planteada para creación de malla mas eficiente.



**IMAGEN 3:** Malla para caso 2

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para el primer caso, el cual se ilustra en la Imagen 1.a. se obtiene una fuerza de tensión resultante de 4200000 kN donde se obtiene un módulo elástico efectivo  $E=90$  GPa, lo cual es afirmativo ya que la placa no tiene concentradores de esfuerzos y aunque si existe una deformación esta no altera el módulo de elasticidad, ya que es el valor del módulo de elasticidad que se estableció al material.

Para el caso 2, al no existir una comprobación analítica se estableció calcular el factor de concentración de esfuerzo, los cuales serán analizados de curvas ya establecidas tomados del texto Peterson's Stress Concentration Factors. Como se muestra en la siguiente, Tabla 1, se obtiene errores en un rango del 10,71% hasta 39,52% los cuales dependen principalmente del punto crítico seleccionado ya que el punto donde el esfuerzo es máximo no nos asegurará que exista una conservación de la geometría.

Tabla 1: Comparación de  $K_t$  obtenidos

r [cm]	$K_t$ Ansys	$K_t$ teórico [10]	Error [%]
0,5	3,05	2,58	18,22
0,6	2,79	2,52	10,71
0,7	2,87	2,46	16,67
0,8	2,82	2,41	17,01
0,9	2,79	2,36	18,22
1	2,68	2,31	16,02
1,1	2,8	2,27	23,35
1,2	2,79	2,24	24,55
1,3	2,8	2,21	26,70
1,4	2,79	2,18	27,98
1,5	2,44	2,16	12,96
1,6	1,89	2,14	11,68
1,7	2,73	2,12	28,77
1,8	2,93	2,1	39,52
1,9	2,49	2,09	19,14
2	2,37	2,08	13,94

Con lo anterior, se determina un error promedio del elemento finito de 20,34%, el cual es un error aceptable el cual es una herramienta para calcular el módulo elástico efectivo con diferentes diámetros, a continuación de muestra el comportamiento de éste.

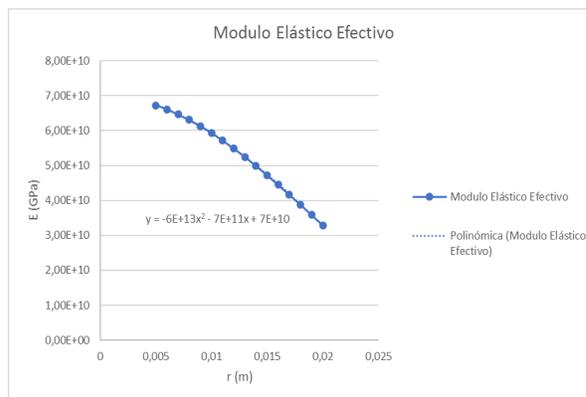


IMAGEN 4: Modulo elástico efectivo  $1 \leq d \leq 4$

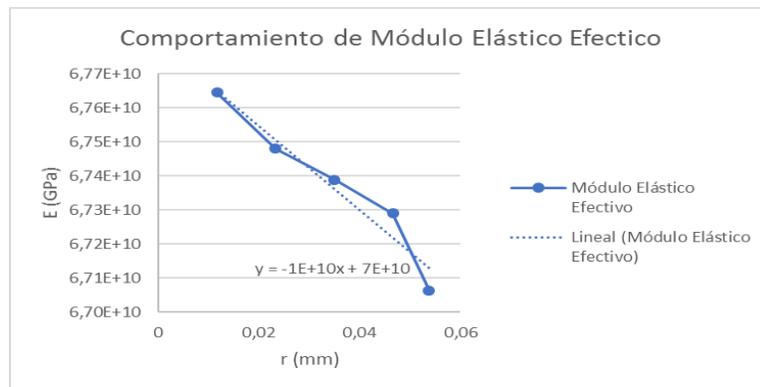
El comportamiento de la gráfica anterior, muestra un comportamiento polinómico de segundo grado, con gran aproximación, con lo cual se puede demostrar que la ecuación 2, es el comportamiento del material con la geometría establecida en el problema, sin embargo, al variar las dimensiones y cumpliendo las condiciones mencionadas por Anderson se obtendrá la misma tendencia de polinomio de segundo grado.

$$y = -6E + 13x^2 - 7E + 11x + 7E + 10$$

Para el caso tres, se tiene realiza la siguiente relación para variar la posición de un agujero de 1 cm de diámetro:

$$\frac{b}{a} = \frac{y_0}{x_0}$$

Donde  $b$  en este caso son 6 cm,  $a$  son 10 m,  $y_0$  es la posición en el eje  $y$  y  $x_0$  es la posición del eje  $x$  del agujero. Con lo que se obtuvo una relación del Módulo Elástico Efectivo respecto a  $r$ , que es la distancia desde el punto (0,0) hasta la ubicación del agujero cumpliendo la condición mencionada anteriormente.



**IMAGEN 5: Modulo elástico efectivo cambiando la posición de agujero de D = 1 cm**

Con la imagen anterior, se puede observar que el comportamiento del Módulo Elástico Efectivo es lineal, sin embargo, se pueden observar variaciones de la tendencia por la ubicación del concentrador de esfuerzo teniendo en cuenta que es el mismo diámetro, se puede detectar que se presentan zonas más críticas que otras y que Modulo elástico va disminuir al estar más alejado del punto cero, cabe aclarar que esto se cumple única y exclusivamente cumpliendo la condición mencionada en la Ecuación 3.

## CONCLUSIONES

En la actualidad, para la ingeniería las herramientas computacionales son de gran importancia ya que permiten desarrollar nuevas teorías de forma optimizada y realizar mejorar en lo que ya existe. Sin embargo, como se pudo observar en este trabajo, existe un grado de error el cual depende primero las condiciones de frontera definidas, calidad de malla y costo computacional. Para este caso el comportamiento del material poroso, presenta que el Módulo Elástico Efectivo no está descrita por una solución analítica y con lo que se pudo observar en fue que el Módulo de Young tiene un comportamiento polinómico de segundo grado en el caso de estar en la misma posición, pero cambiando su diámetro. En el tercer caso estudiado, se determinó que el Módulo de Young presenta una tendencia a tener un comportamiento lineal.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la Universidad de Guanajuato, al programa de Veranos UG por el abrir las puertas de tan importante institución, por su apoyo humano y económico. De igual manera agradezco al Doctor Adrián Hernández Pérez, el cual me acepto para desarrollar este proyecto y por compartir su conocimiento. Finalmente, quiero dar las gracias al decano de la Facultad de Ingeniería Mecánica Ing. Elver Carvajal y a la docente Ing. Adriana Sierra por brindarme su confianza al postularme a esta experiencia la cual ha sido fructífera a nivel profesional y personal.

## REFERENCIAS

- [1] T. L. Anderson y T. L. Anderson, *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications, Third Edition*. Taylor & Francis, 2005.
- [2] P. S. Liu, G. F. Chen, P. S. Liu, y G. F. Chen, "Characterization Methods: Basic Factors", *Porous Mater.*, pp. 411–492, ene. 2014.
- [3] A.-R. Xu, L. Chen, X. Guo, Z. Xiao, y R. Liu, "Biodegradable lignocellulosic porous materials: Fabrication, characterization and its application in water processing", *Int. J. Biol. Macromol.*, 2018.
- [4] S. Rashidi, J. A. Esfahani, y N. Karimi, "Porous materials in building energy technologies—A review of the applications, modelling and experiments", *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 91, pp. 229–247, 2018.
- [5] L. Cao, Q. Fu, Y. Si, B. Ding, y J. Yu, "Porous materials for sound absorption", *Compos. Commun.*, vol. 10, pp. 25–35, 2018.
- [6] F. D. Minuto, R. Balderas-Xicohténcatl, A. Policicchio, M. Hirscher, y R. G. Agostino, "Assessment methodology of promising porous materials for near ambient temperature hydrogen storage applications", *Int. J. Hydrogen Energy*, vol. 43, núm. 31, pp. 14550–14556, 2018.
- [7] F. Beer, R. Johnston, J. T. DeWolf, y D. F. Mazurek, *Mecánica de materiales (6a. ed.)*. 2013.
- [8] R. G. Budynas y J. K. Nisbett, *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley (9a. ed.)*. 2012.
- [9] ANSYS 11.0, "ANSYS User's manual: Theory reference". Swanson Analysis Systems Inc, Houston, PA, 2007.
- [10] W. D. Pilkey y D. F. Pilkey, *Peterson's Stress Concentration Factors*. Wiley, 2017.