

ANÁLISIS DE ALGORITMOS DIGITALES PARA LA DESCOMPOSICIÓN DE VALORES SINGULARES

Salazar Granados, Andrés Augusto (1), Cabal Yépez, Eduardo (2), Hernández Gómez, Giovanni (3)

1 [Ingeniería Electrónica, Politécnico Costa Atlántica] | [andresaugustosg@gmail.com]

2 [Departamento de estudio multidisciplinario, División de ingenierías, Campus Irapuato-Salamanca, Universidad de Guanajuato] | [educabal@ugto.mx]

3 [Departamento de estudio multidisciplinario, División de ingenierías, Campus Irapuato-Salamanca, Universidad de Guanajuato] | [geov.hernandez@ugto.mx]

Resumen

En el procesamiento digital de imágenes es de suma importancia la compresión de datos para disminuir el costo de almacenamiento y transmisión por los diferentes medios digitales de hoy en día. En este trabajo se presenta un algoritmo de compresión de imágenes a color utilizando como base la descomposición de valores singulares (SVD). Los resultados obtenidos son validados por medio de los parámetros error cuadrático medio (MSE) y relación de compresión (CR). Adicionalmente, se muestra una comparativa visual y cuantitativa de los resultados con diferentes porcentajes de compresión. Finalmente, podemos concluir que nuestro algoritmo por medio de la manipulación de los valores singulares puede comprimir hasta un 50 por ciento su total de información sin reflejar distorsiones visuales.

Abstract

In the digital image processing is very important the data compression to reduce the cost of storage and transmission by different digital media transmission. In this work, a color image compression algorithm is presented, based on the decomposition of singular values (SVD). The results obtained are validated by the mean squared error (MSE) and compression ratio (CR) parameters. Additionally, a visual and quantitative comparison of the results with different percentages of compression is shown. Finally, we can conclude that our algorithm by manipulating the singular values can compress up to 50 percent of its total information without reflecting visual distortions.

Palabras Clave

SVD, Compresión de datos, Procesamiento de imágenes

INTRODUCCIÓN

La descomposición de valores singulares (SVD), han sido unos de los grandes desarrollos aportados por el álgebra lineal moderna con diferentes aplicaciones en campo como: la visión artificial, recuperación de información de base de datos, computación lingüística, procesamiento de señales e imágenes, pseudoinversa, entre otros.

Actualmente, en el procesamiento digital de imágenes se encuentran un gran número de aplicaciones donde se requiere el calculo de los valores singulares, por ejemplo, la compresión de imágenes, marca de agua, clasificadores, extracción de características, encriptación y autenticación [1][2][3].

Conociendo lo anterior en este trabajo se presenta un algoritmo para la compresión de imágenes utilizando la descomposición de valores singulares.

MATERIALES Y MÉTODOS

Descomposición de valores singulares

Sea A una matriz de $m \times n$ elementos, la descomposición de valores singulares (SVD) se describe como:

$$A = USV^T \quad (1)$$

Donde U y V son dos matrices unitarias de $m \times m$ y $n \times n$ elementos respectivamente, V^T es la matriz transpuesta de V y S es una matriz diagonal de $m \times n$ elementos cuyos valores son diferentes de cero y son conocidos como los valores singulares de A . Las columnas de U son llamadas Vectores singulares Izquierdos de A , un grupo de vectores ortonormales AA^* . Las columnas de V son llamadas Vectores singulares Derechos de U , un grupo de vectores ortonormales A^*A .

A continuación, en la imagen 1 e imagen 2 se muestra un ejemplo gráfico y numérico para la SVD de dos matrices de diferentes tamaños.

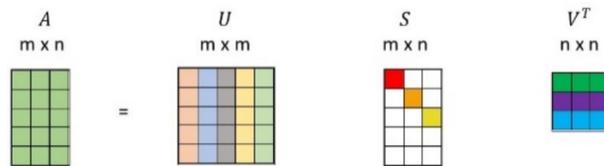


IMAGEN 1, Ejemplo gráfico de la SVD de una matriz 5x3.

$A =$ <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>0.8491</td><td>0.7431</td><td>0.7060</td><td>0.0971</td><td>0.9502</td></tr> <tr><td>0.9340</td><td>0.3922</td><td>0.0318</td><td>0.8235</td><td>0.0344</td></tr> <tr><td>0.6787</td><td>0.6555</td><td>0.2769</td><td>0.6948</td><td>0.4387</td></tr> <tr><td>0.7577</td><td>0.1712</td><td>0.0462</td><td>0.3171</td><td>0.3816</td></tr> </table>	0.8491	0.7431	0.7060	0.0971	0.9502	0.9340	0.3922	0.0318	0.8235	0.0344	0.6787	0.6555	0.2769	0.6948	0.4387	0.7577	0.1712	0.0462	0.3171	0.3816	$S =$ <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>2.4018</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0.9731</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0.3843</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0.1458</td><td>0</td></tr> </table>	2.4018	0	0	0	0	0	0.9731	0	0	0	0	0	0.3843	0	0	0	0	0	0.1458	0					
0.8491	0.7431	0.7060	0.0971	0.9502																																										
0.9340	0.3922	0.0318	0.8235	0.0344																																										
0.6787	0.6555	0.2769	0.6948	0.4387																																										
0.7577	0.1712	0.0462	0.3171	0.3816																																										
2.4018	0	0	0	0																																										
0	0.9731	0	0	0																																										
0	0	0.3843	0	0																																										
0	0	0	0.1458	0																																										
$U =$ <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>0.6180</td><td>0.7105</td><td>-0.0502</td><td>0.3328</td><td></td></tr> <tr><td>0.4685</td><td>-0.6762</td><td>-0.0470</td><td>0.5666</td><td></td></tr> <tr><td>0.5193</td><td>-0.1478</td><td>0.6344</td><td>-0.5532</td><td></td></tr> <tr><td>0.3590</td><td>-0.1268</td><td>-0.7700</td><td>-0.5121</td><td></td></tr> </table>	0.6180	0.7105	-0.0502	0.3328		0.4685	-0.6762	-0.0470	0.5666		0.5193	-0.1478	0.6344	-0.5532		0.3590	-0.1268	-0.7700	-0.5121		$V =$ <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>0.6607</td><td>-0.2309</td><td>-0.6229</td><td>0.3308</td><td>-0.1131</td></tr> <tr><td>0.4350</td><td>0.1481</td><td>0.5941</td><td>0.1319</td><td>-0.6469</td></tr> <tr><td>0.2547</td><td>0.4453</td><td>0.2685</td><td>0.5221</td><td>0.6262</td></tr> <tr><td>0.3832</td><td>-0.6482</td><td>0.3983</td><td>-0.3284</td><td>0.4081</td></tr> <tr><td>0.4031</td><td>0.5535</td><td>-0.1685</td><td>-0.7020</td><td>0.1000</td></tr> </table>	0.6607	-0.2309	-0.6229	0.3308	-0.1131	0.4350	0.1481	0.5941	0.1319	-0.6469	0.2547	0.4453	0.2685	0.5221	0.6262	0.3832	-0.6482	0.3983	-0.3284	0.4081	0.4031	0.5535	-0.1685	-0.7020	0.1000
0.6180	0.7105	-0.0502	0.3328																																											
0.4685	-0.6762	-0.0470	0.5666																																											
0.5193	-0.1478	0.6344	-0.5532																																											
0.3590	-0.1268	-0.7700	-0.5121																																											
0.6607	-0.2309	-0.6229	0.3308	-0.1131																																										
0.4350	0.1481	0.5941	0.1319	-0.6469																																										
0.2547	0.4453	0.2685	0.5221	0.6262																																										
0.3832	-0.6482	0.3983	-0.3284	0.4081																																										
0.4031	0.5535	-0.1685	-0.7020	0.1000																																										

IMAGEN 2, Ejemplo numérico de la SVD de una matriz 4x5

Compresión de imágenes por medio de SVD

La compresión de imágenes es un tipo de compresión de datos aplicado para reducir el costo de almacenamiento o transmisión y es fundamental en el procesamiento digital de imágenes. Varios algoritmos pueden tomar ventajas de las percepción visual y propiedades estadísticas de la imagen para proporcionar un resultado aceptable. Sin embargo, la SVD proporciona una alternativa para la compresión de imágenes digitales.

Por otro lado, la SVD por sí sola no comprime la imagen. Es necesario tomar un rango dentro de la matriz diagonal de valores singulares para delimitar la cantidad de información necesaria a utilizar.

En nuestro trabajo, mediante el uso de Matlab, se utilizó un algoritmo que realiza la SVD para obtener los valores singulares que se encuentran en cada componente de la imagen, para posteriormente comprimir la imagen mediante la manipulación de los valores singulares .

Algoritmo propuesto

En la imagen 3 se muestra el diagrama de flujo del algoritmo propuesto para la compresión de imágenes digitales:

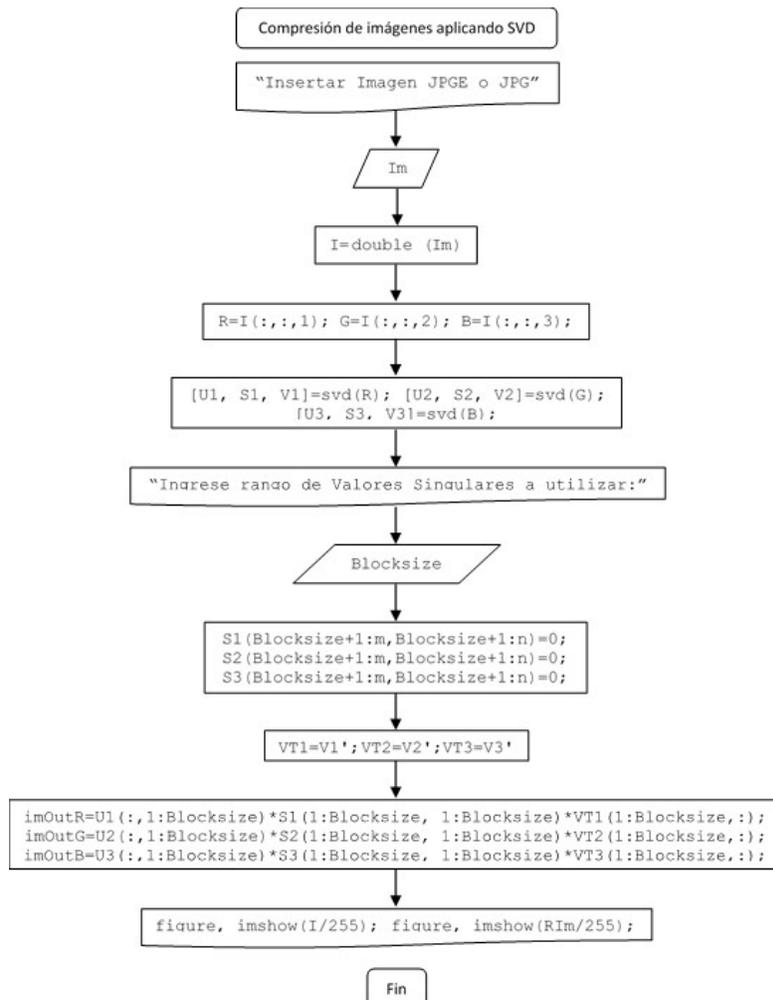


IMAGEN 3, Algoritmo propuesto para la compresión de imágenes utilizando SVD.

En el algoritmo mostrado en la imagen 3. Primeramente, se escoge una imagen a color de formato JPEG o JPG, la cual se descompone en sus tres componentes RGB. Posteriormente, a cada una de las componentes RGB se les realiza la SVD para obtener las matrices U , S y V respectivamente. Paso seguido, se toma un rango llamado Blocksize de valores singulares a utilizar de la matriz diagonal S , el cual es definido por el usuario. Siguiendo, a esto los valores por fuera del rango son convertidos en 0 y cada una de las componentes se vuelven a multiplicar por sus matrices U , S y V^T . Finalmente, una vez multiplicadas se catalizan para recomponer la imagen a color como una nueva comprimida en Bytes de almacenamiento.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para la validación de resultados se tomaron datos de las imágenes como son la relación de compresión (CR), tamaño en Bytes de las imágenes de entrada y de salida, la media de error cuadrado (MSE) entre ellas. A continuación, se mostrarán diferentes resultados que se obtuvieron al correr el algoritmo.

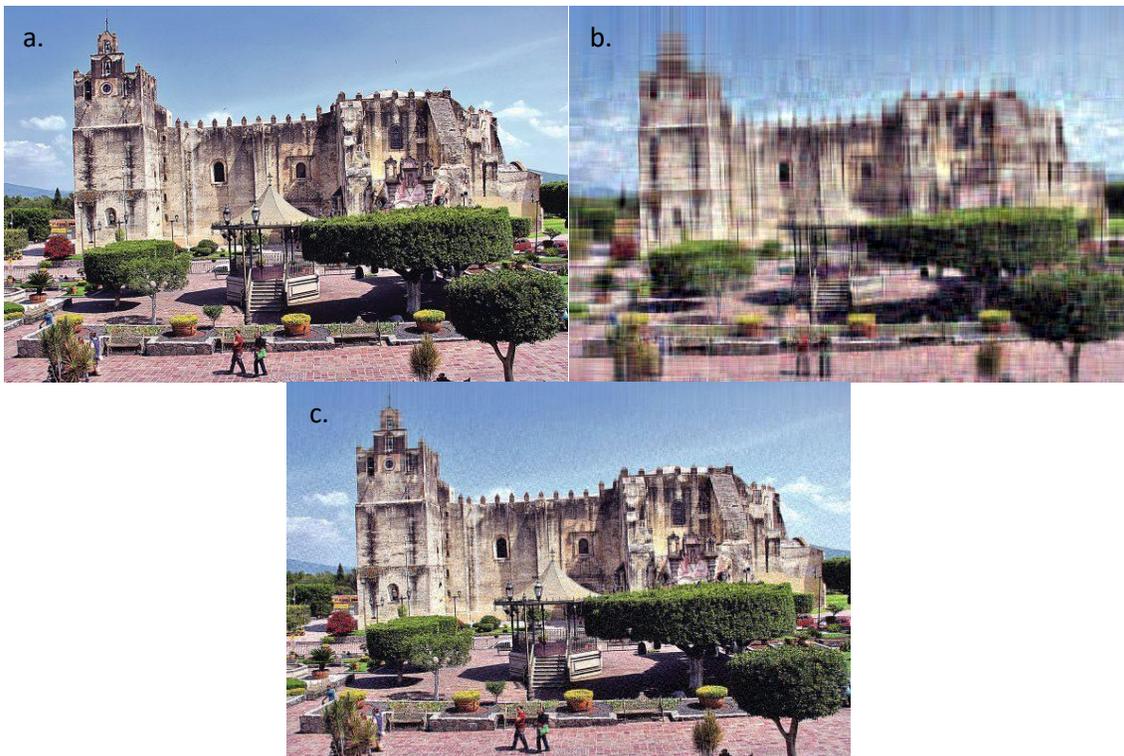


IMAGEN 4: Imagen de 600x400 pixeles.

La imagen 4(a) es una matriz de 600x400, la cual tiene un tamaño de almacenamiento original de 5760000 Bytes. En primer lugar, se hizo un ejercicio con la imagen tomando solo la cantidad de 20 valores singulares de la matriz S . El tamaño de la imagen se comprimió hasta 0.1167 de la original, quedando con un tamaño de 672000. sin embargo, como se observa en la imagen 4(b), la calidad de la imagen se disminuye tanto que la deja poco reconocible.

Al hacer un segundo experimento imagen 4(c), se tomó un rango mayor de los valores singulares a usar, un Blocksize de 140. En la imagen se observa mejor calidad, sin embargo, el tamaño de la imagen es de 4704000 Bytes. La relación de compresión es de 0.8167 de la original.

En la siguiente figura y tabla se muestra otro resultado con una imagen de 1024x1280 pixeles. En ellas se utilizaron tres diferentes Blocksize y se obtuvieron diferentes resultados de MSE, tamaño de Bytes y relación de compresión.

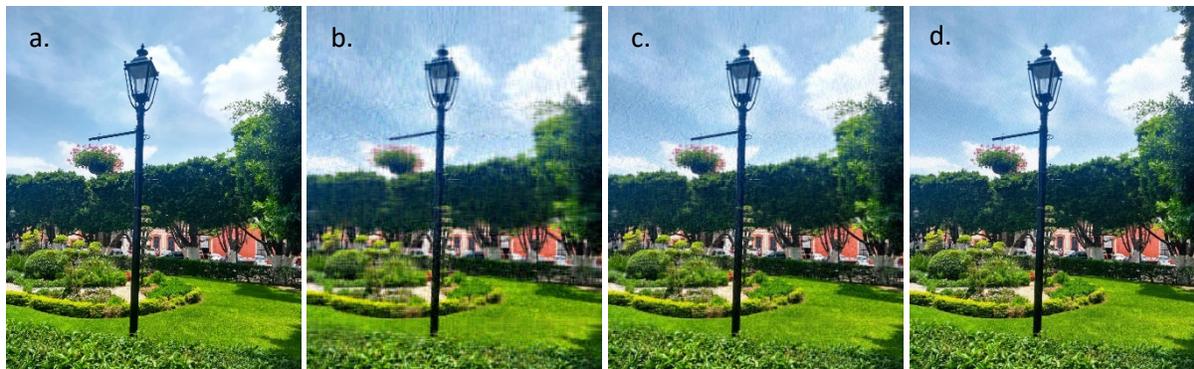


IMAGEN 5: Imagen de 1024x1280 pixeles.

Tabla 1: Resultados Cuantitativos

Tamaño original	Blocksize	MSE	CR	Tamaño de salida
31457280 bytes	40	452.2222	0.1094	3440640 bytes
	80	292.0330	0.2188	6881280 bytes
	170	139.1668	0.4648	14622720 bytes

CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un algoritmo de compresión de imágenes a color utilizando como base la descomposición de valores singulares (SVD). Los resultados obtenidos fueron validados por medio de los parámetros error cuadrático medio (MSE) y relación de compresión (CR). Adicionalmente, se muestran una comparativa visual y cuantitativa de los resultados con diferentes porcentajes de compresión. Finalmente, podemos concluir que nuestro algoritmo por medio de la manipulación de los valores singulares puede comprimir hasta un 50 por ciento su total de información sin reflejar distorsiones visuales.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, agradezco a la Universidad de Guanajuato por permitirme acceder al programa de Veranos de Investigación 2018. A los Doctores Eduardo Cabal Yépez, Geovanni Hernández Gómez y Luis Ledesma Carrillo por ser de gran apoyo en esta investigación. A mis padres Carlos Salazar Duarte y Martha Ivette Granados Orozco y al resto de mi familia por el esfuerzo que hicieron para desarrollarme como profesional y persona. Por último, a mi Alma Mater y a cada uno de los docentes y doctores por el conocimiento que dejaron en mi persona.

REFERENCIAS

- [1] Ion Zaballa. (2006) departamento de matemática aplicada y EIO, Euskal Herriko Unibertsitatea, recuperado de <http://www.ehu.eus/izaballa/Cursos/valoresingulares>.
- [2] Garcia Rojo, M., Bueno Garcia, G., Gonzalez Garcia, J., Carbajo Vicente, M. (2005) Preparaciones digitales en los servicios de Anatomía Patológica (I). Aspectos básicos de imagen digital. REV ESP PATOL 2005; Vol. 38, n.º 2: 69-77.
- [3] Pedraza Padilla, D., Cabal Yépez, E., Ledesma Carrillo, L. M., (2017) ANÁLISIS DE ALGORITMOS DIGITALES PARA LAS DESCOMPOSICIÓN DE VALORES SINGULARES.