

SÍNTESIS DE CADENAS ESPACIALES RECONFIGURABLES PARA LA GUÍA DE CUERPOS RÍGIDOS CON DOS O MÁS POSICIONES DE PRECISIÓN

Arredondo Soto Mauricio (1), Rico Martínez José María (2)

1 [Ingeniería mecatrónica, Universidad de Guanajuato] | [m.arredondosoto@ugto.mx]

2 [Departamento de Ingeniería Mecánica, División de Ingenierías Campus Irapuato-Salamanca, Universidad de Guanajuato] | [j.rico@ugto.mx]

Resumen

Se presenta la síntesis de tres cadenas cinemáticas espaciales TS, CC y RR. Para la cadena RR se desarrolla un método de síntesis de cadena reconfigurable para cambios en dos posiciones de precisión dejando fijos algunos parámetros que faciliten su aplicación, además de una opción de optimización por un método de mallado en alguno de los parámetros libres.

Abstract

We present the synthesis of three spatial kinematic chains TS, CC and RR. For the RR chain, a reconfigurable chain synthesis method is developed for changes in two task positions, fixed some parameters that facilitate its application, moreover it is presented optimization by a method of meshing in one of the free parameters.

Palabras Clave

Posiciones de precisión; Síntesis; Optimización; Configuración

INTRODUCCIÓN

Este trabajo surgió de la idea de desarrollar automatización flexible que pudiera implementarse en la industria para realizar tareas simples de traslación de objetos mediante cadenas cinemáticas abiertas. Estas cadenas están sintetizadas para satisfacer varias posiciones de precisión de manera que sustituyan de manera más económica a brazos robóticos programables.

En la síntesis de cadenas espaciales, las posiciones de precisión pueden determinarse mediante matrices homogéneas 4×4 .

$$T_i = \begin{bmatrix} A_i & d_i \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (1)$$

Donde A_i es la matriz de rotación, 3×3 , y d_i es el vector de traslación del origen, 3×1 . Se define el desplazamiento relativo $[T_{1i}] = [T_i][T_1^{-1}]$, $i = 2, \dots, n$. asociado con cada una de estas matrices y la matriz inicial. Esta transformación relativa, puede escribirse como una transformación de tornillos

$$[\hat{T}_{1i}] = \begin{bmatrix} A_{1i} & 0 \\ D_{1i}A_{1i} & A_{1i} \end{bmatrix}, \quad i = 2, \dots, n. \quad (2)$$

Donde D_{1i} es la matriz antisimétrica asociada a d_{1i} .

Se utilizará la notación P^i para definir un vector y P^i para definir un tornillo. El álgebra de tornillos puede consultarse en la referencia [1] y este trabajo se basa principalmente en los desarrollos obtenidos por McCarthy and Soh [2].

En total se sintetizaron tres cadenas cinemáticas TS, RR y CC desarrollando la opción reconfigurable para la cadena RR.

Se desarrollan metodologías para la síntesis de cadenas espaciales en las que se puede modificar uno o varios parámetros de la configuración de la cadena para obtener el diseño óptimo de esta, además de presentarse simulaciones con modelos sólidos de algunos de los ejemplos.

MATERIALES Y MÉTODOS

La síntesis se realizará resolviendo las ecuaciones de restricción para los diferentes tipos de pares cinemáticos de la cadena, disminuyendo el

número de variables y de posiciones de precisión para obtener flexibilidad en las soluciones de la cadena cinemática. En el caso de que sea posible la optimización de un parámetro, se realizará de manera gráfica mediante un método iterativo que realice un barrido en esa variable.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Se presentan a continuación los diferentes casos:

Cadena TS (Hooke-esférica)

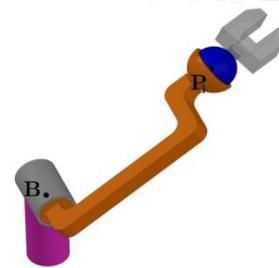


IMAGEN 1: Cadena TS.

La síntesis de la cadena cinemática TS se basa en el hecho de que el punto $P_i = \langle u, v, w \rangle$ debe yacer sobre la superficie de una esfera con centro en $B = \langle x, y, z \rangle$ es decir:

$$(P_i - B)(P_i - B) = R^2. \quad (3)$$

Restando la ecuación para la primera posición y sustituyendo $P_i = [T_{1i}]P_1$, tenemos

$$([T_{1i} - I]P_1) \left(B - \frac{1}{2}[T_{1i} + I]P_1 \right) = 0 \quad (4)$$

La cual es una ecuación lineal en B o lineal en P_1 con seis incógnitas. Cada transformación homogénea relativa -desplazamiento- proporciona una ecuación, por lo que se puede sintetizar esta cadena cinemática para 4 posiciones (3 desplazamientos) y para 7 posiciones (6 desplazamientos).

Para cuatro posiciones de precisión, se debe seleccionar uno de los puntos como fijo y resolver las tres ecuaciones lineales en las tres coordenadas del otro punto. Cada que se agregue una posición de precisión también se agregará una ecuación adicional. Se debe asegurar que la matriz sea de rango 3 para poder resolver el

sistema de ecuaciones en 3 incógnitas, esto se logra haciendo que todos los determinantes 3×3 sean cero, cada determinante es un polinomio, dependiendo del número de determinantes, se selecciona el número de incógnitas para resolver en las tres variables, este desarrollo puede consultarse en Roth [3].

Cadena CC (cilíndrico-cilíndrico)

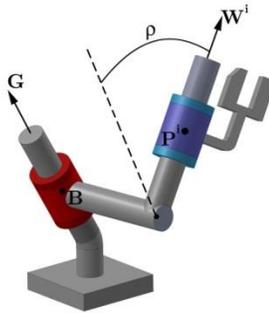


IMAGEN 2: Cadena CC.

La síntesis de la cadena cinemática CC se basa en el hecho de que el ángulo dual $\hat{\rho}$ entre G y W^i es constante para todas las posiciones del actuador final, es decir

$$G \cdot W^i = |G| |W^i| \cos \hat{\rho}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (5)$$

Ya que $|W| = |W^i|$ para cada una de las posiciones de W , restando la primera ecuación de estas obtenemos

$$G \cdot (W^i - W^1) = 0, \quad i = 2, \dots, n \quad (6)$$

Y finalmente en términos de desplazamientos

$$G \cdot (\hat{T}_{1i} - I)W^1 = 0, \quad i = 2, \dots, n \quad (7)$$

Donde los vectores de Plucker de los ejes fijo y móvil son $G = (G, B \times G)^T$ y $W^i = (W^i, P^i \times W^i)^T$, ver Roth [3] y McCarthy y Soh [2].

Esta ecuación puede separarse en dos partes y resolverse para cinco posiciones de precisión.

Ecuaciones de dirección.

$$G \cdot [A_{1i} - I]W^1 = 0, \quad i = 2, \dots, n. \quad (8)$$

Estas ecuaciones son las mismas para una cadena esférica RR y se resuelven por separado para cinco posiciones, vea McCarthy y Soh [2].

Ecuaciones de momento.

$$G^T [T] [\hat{T}_{1i} - I]W^1 = 0, \quad i = 2, \dots, n. \quad (9)$$

Denotando los términos de momento como $R = B \times G$ y $V^1 = P^1 \times W^1$ y desarrollando la ecuación (9) se obtiene

$$R \cdot [A_{1i} - I]W^i + G \cdot [A_{1i} - I]V^1 + G \cdot [D_{1i}A_{1i}]W^1 = 0, \quad i = 2, \dots, n, \quad (10)$$

Además, se debe agregar dos requerimientos

$$G \cdot R = 0 \quad \text{y} \quad W^1 \cdot V^1 = 0 \quad (11)$$

Es posible resolver las ecuaciones (10) y (11) una vez que se conozcan las direcciones G y W^1 .

Cadena RR (revoluta-revoluta)

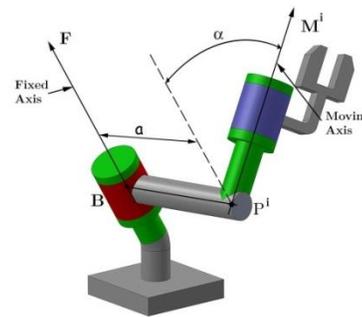


IMAGEN 3: Cadena RR.

La síntesis de esta cadena combina las ecuaciones de restricción de las dos cadenas cinemáticas anteriores, las ecuaciones de dirección y momento de la cadena CC

$$F \cdot [A_{1i} - I]M^1 = 0, \quad i = 2, \dots, n. \quad (12)$$

$$R \cdot [A_{1i} - I]W^i + G \cdot [A_{1i} - I]V^1 + G \cdot [D_{1i}A_{1i}]W^1 = 0, \quad i = 2, \dots, n, \quad (13)$$

Además el vector relativo $P^i - B$ está restringido a estar siempre en la normal común entre F y M^i , estas ecuaciones se obtienen de la geometría de la cadena TS

$$F \cdot (P^i - B) = 0, M^i \cdot (P^i - B) = 0, i = 1, \dots, n \quad (14)$$

Tres posiciones de precisión proporcionan diez ecuaciones que se puede resolver en las diez incógnitas (4 para direcciones F y M y 6 para las posiciones de los puntos B y P).

En la imagen 4 se muestra un ejemplo resuelto para una cadena cinemática RR que alcanza 3 posiciones de precisión.

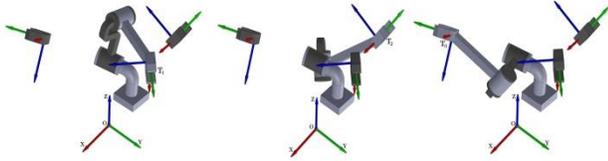


IMAGEN 4: Cadena RR con tres posiciones de precisión.

Cadena RR reconfigurable

El término reconfigurable hace referencia a que la cadena cinemática se puede reajustar para cumplir con otro conjunto de diferentes posiciones de precisión.

Para que la cadena pueda reconfigurarse se disminuye el número de puntos de precisión a 2 lo que conduce a seis ecuaciones (12), (13) y (14), en las mismas diez incógnitas. Por lo tanto, se deben escoger cuatro de estos parámetros con el fin de resolver el problema de reconfiguración cuando se seleccionan nuevas posiciones de precisión. Primero se selecciona la dirección del eje F paralelo al eje Z del sistema fijo, con esto fijamos dos de los cuatro parámetros libres, los otros dos se utilizan para mantener fija la base de la cadena cinemática en el plano X - Y ; con estas dos selecciones se puede resolver el problema, además se debe asegurar de que cada eslabón sea perpendicular al siguiente, como se muestra en la imagen 5.

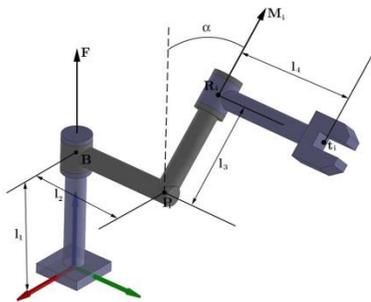


IMAGEN 5. Cadena RR reconfigurable.

Se puede reconfigurar la cadena RR extendiendo o acortando las longitudes $l_1, l_2, l_3, y l_4$ de los eslabones y el ángulo α entre F y M^i .

Configuración de la cadena y movimiento de los actuadores.

Una vez conocidas las coordenadas de los puntos B, F, P^1 y M^1 y el ángulo α se determinan las longitudes de los eslabones l_1, l_2, l_3, l_4 ; después, mediante un análisis de cinemática directa con los parámetros Denavit-Hartenberg [5], es posible determinar el movimiento de los actuadores para alcanzar cada posición de precisión.

Ejemplo Numérico.

En la Tabla 1 se muestra el primer conjunto de dos posiciones de precisión (T_1^1, T_2^1) para el efector final, están definidas en términos del vector de traslación (x, y, z) y los ángulos x - y - z Yaw, Pitch y Roll (ψ, θ, ϕ). Para una mejor visualización del ejemplo se simulará que una placa metálica cambia de posición y orientación.

Tabla 1: Primer conjunto de dos posiciones.

	x	y	z	ψ	θ	ϕ
T_1^1	0.3	1.2	1	30°	0°	0°
T_2^1	-1	-1.5	1.6	90°	90°	40°

La solución se presenta en la Tabla 2 además la primera configuración también se presenta, en la Tabla 3.

Tabla 2: Solución para la cadena RR con dos posiciones.

	Dirección			Posición		
F	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	1.6633
M_1	0.7026	-0.1126	-0.7026	0.2366	1.4757	1.6633

Tabla 3: Configuración de la cadena RR para las primeras dos posiciones

Parámetro	Medida
l_1	1.6633
l_2	1.4946
l_3	0.5416
l_4	0.4761
α	134.6362°

La imagen 6 muestra la cadena RR que pasa por las primeras dos posiciones.

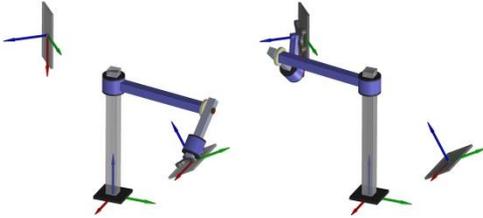


IMAGEN 6: Cadena RR primeras dos posiciones de precisión.

Ahora se cambiarán las dos posiciones espaciales para mostrar que la misma cadena RR puede alcanzar las nuevas posiciones sólo cambiando los parámetros ya mencionados.

El nuevo conjunto de dos posiciones se muestra en la Tabla 4.

Tabla 4: Segundo conjunto de dos posiciones.

	x	y	z	ψ	θ	ϕ
T_1^2	-1.5	0.2	1.6	0°	110°	0°
T_2^2	1.6	-0.4	0.7	140°	0°	90°

La solución se presenta en la Tabla 5 además la segunda configuración también se presenta, en la Tabla 6.

Tabla 5: Solución para la cadena RR con nuevas dos posiciones.

	Dirección			Posición		
F	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.3150
M_1	0.0551	-0.7256	-0.6858	-1.7287	-0.1313	0.3150

Tabla 6: Configuración de la cadena RR para las primeras dos posiciones

Parámetro	Medida
l_1	0.3150
l_2	1.7337
l_3	1.1091
l_4	0.7636
α	46.6984°

La imagen 7 muestra la cadena RR que pasa por las segundas dos posiciones.

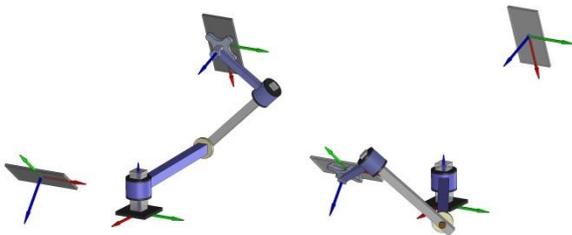


IMAGEN 7: Cadena RR segundas dos posiciones de precisión.

Proceso de optimización de las coordenadas de la base.

La elección libre de donde se posiciona la base del primer eslabón en el plano X-Y, permite obtener la longitud mínima de alguno o la suma de varios eslabones o también permite obtener la mínima rotación necesaria para uno o la suma de ambas revolutas al mismo tiempo.

Para este proceso de optimización se describe un método computacional que puede programarse con el fin de encontrar las coordenadas de la base que conducen a la longitud mínima o al ángulo mínimo.

Primero se determinará el espacio donde puede estar la base, luego realizamos un mallado que contiene todos los posibles puntos. En la imagen 8 se muestra un ejemplo de cómo realizar el mallado para la segunda cadena RR del ejemplo numérico.

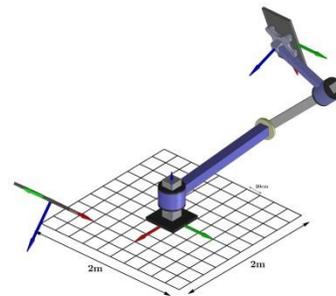


IMAGEN 8: Malla para la segunda cadena RR.

Se selecciona el parámetro que se desea optimizar y el programa resolverá las ecuaciones de síntesis para cada par coordinado x - y de la malla mostrando una gráfica de la superficie del plano de trabajo vs la magnitud del parámetro a optimizar. En este ejemplo se seleccionó la longitud del eslabón dos l_2 . La imagen 9 muestra la gráfica de superficie. Observe que la zona en azul oscuro pertenece a las coordenadas donde la magnitud l_2 es menor.

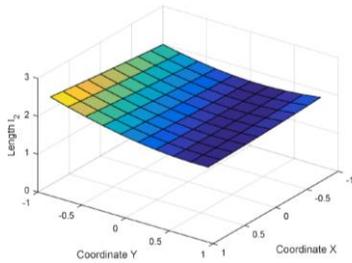


IMAGEN 9. Superficie $x-y-l_2$.

CONCLUSIONES

En este trabajo se presentaron diferentes cadenas cinemáticas espaciales y sus métodos de síntesis. Además, se presentó la síntesis reconfigurable de una cadena cinemática espacial R-R y su optimización. La síntesis y optimización de este tipo de cadenas cinemáticas reconfigurables es sencillo y económico pero su aplicación es limitada a operaciones que no requieran un número grande de posiciones de precisión.

REFERENCIAS

- [1] Suh, C. H., and Radcliffe, C. W., 1978, Kinematics and Mechanisms Design, John Wiley Sons.
- [2] McCarthy, J. M., and Soh, G. S., 2010, Geometric Design of Linkages, 2nd ed., New York, Springer.
- [3] Roth B., (1967), The Kinematics of Motion Through Finitely Separated Positions, Journal of Applied Mechanics, 591-598.
- [4] Lipkin, Harvey. (2005), "A Note on Denavit-Hartenberg Notation in Robotics" Paper DETC2005-85460, ASME Desing Engineering.